

notiser och
rapporter från

PEDAGOGISK-
PSYKOLOGISKA
INSTITUTIONEN

LÄRARHÖGSKOLAN
FACK, 200 45 MALMÖ 23

pedagogisk- psykologiska problem

Lund 1974

Holmberg, I.:

**EFFEKTER AV NY LÄROPLAN I MATEMATIK
(LGR 69) PÅ VISSA ASPEKTER AV TALBEGREPPETS
UTVECKLING, KUNSKAPER I MATEMATIK
OCH ATTITYDER MOT ÄMNET**

Nr 236

Maj 1974

EFFEKTER AV NY LÄROPLAN I MATEMATIK (LGR 1969) PÅ VISSA
ASPEKTER AV TALBEGREPPETS UTVECKLING, KUNSKAPER I
MATEMATIK OCH ATTITYDER MOT ÄMNET

Ingrid Holmberg

Holmberg, I. Effekter av ny läroplan i matematik (Lgr 69) på vissa aspekter av talbegreppets utveckling, kunskaper i matematik och attityder mot ämnet. / Effects of a new curriculum of mathematics (Lgr 69) on certain mathematical concepts, and on certain achievement and attitude variables. / Pedagogisk-psykologiska problem (Malmö: Lärarhögskolan), Nr 236, 1974.

I undersökningen analyseras effekterna av undervisning i matematik enligt Lgr 62 och Lgr 69 med avseende på talbegreppets utveckling, kunskaper i matematik och attityder mot ämnet. Två intellektuellt och socialt jämförbara grupper (200 elever ur respektive åk 3, 6 och 9) testas med testbatterier som mäter ovanstående variabler. Resultaten variansanalyseras. Analysen av taluppfattningsförmågan visar goda resultat, för vissa grupper bättre resultat efter undervisning enligt Lgr 69, medan i kunskapsanalysen en försämring för åk 6 kan noteras. Totalt sett finns inga skillnader i attityder mot matematik beroende på vilken läroplan man undervisats efter.

Nyckelord: Matematikundervisning; läroplansjämförelse; talbegreppets utveckling; kunskaper i matematik; attityder mot matematik; stadium: grundskolan.



INNEHÅLL

	<u>sid.</u>
1. INLEDNING	3
2. BAKGRUND OCH SYFTE	13
3. PROBLEM	13
4. METOD	14
4.1 Design	14
4.2 Processanalys	15
4.3 Datainsamling	18
4.4 Mätinstrument	19
5. RESULTAT	22
5.1 Analys av taluppfattningsförmåga	22
5.2 Analys av kunskaper i matematik	24
5.3 Analys av attityder mot matematik	26
6. DISKUSSION	29
7. SAMMANFATTNING	32
8. REFERENSER	34
9. BILAGOR	36

1. INLEDNING

Matematik är ett vitalt ämne, vars utveckling under 1900-talet "både kvantitativt och kvalitativt överträffat allt som hänt under tidigare sekler" (Hall, 1970, s. 134). Denna expansion inom matematiken avspeglas inte direkt i skolmatematiken. De matematiska teorierna har varit färdiga långt före tillämpningarna. Så har det varit under hela matematikens utveckling.

Differential- och integralkalkylen presenterades på 1600-talet (Struik, 1959, s. 149), men Newton och Leibnitz utarbetade dem inte för att kunna använda trådlös telegrafi. Påfallande många avsnitt inom nutidens tillämpade matematik har sitt ursprung långt tillbaka i tiden. Grundläggande algebra, logaritmer och sannolikhetskalkyl härstammar också från 1600-talet. Sedan har de vidareutvecklats och tillämpats på olika fält. Flera goda matematiker ur släkten Bernoulli gjorde på dessa områden betydande insatser (1700-talet).

Topologin startades på 1700-talet av Euler, och Cantors formuleringar av mängdbegreppet i slutet på 1800-talet har fått konsekvenser för dess vidare utveckling (jfr Bourbaki, 1960, s. 149).

Lagrange, 1700-talet, tog genom sina undersökningar av algebraiska ekvationer de första stegen inom gruppteorin, Galois, 1800-talet, hade idén till en fullständig gruppteori, och Murray-Gellman fick 1969 års Nobelpris i fysik främst för sina försök att ordna elementarpartiklarna med hjälp av modeller ur gruppteorin.

Carl Friedrich Gauss, på 1800-talet, "matematikernas konung" lade genom sina undersökningar av buktiga ytor grunden till 1900-talets världsbild, den som kommer fram ut den allmänna relativitetsteorin. Gauss' studier fortsattes av Bernhard Riemann och Herman Minkowski, vilka lade de geometriska grundvalarna för Einsteins relativitetsteori.

Vår tids matematik har som synes utvecklats genom insatser av ett stort antal matematiker. Kunskapsområdet har under 1900-talet vidgats, med det bygger på föregångarnas insatser. "A familiarity not only with the elements of the calculus, but also with the history of its development, will serve to bring out that the question is not so much who are the founders of the subject - Weisserstrass and Cauchy, or Newton and Leibnitz, or Barrow and Fermat, or Cavalieri and Kepler, or Archimedes and Eudoxus - but rather in what sense each of these men may be regarded as responsible for the new analysis" (Boyer, 1959, s. 301). Ett huvuddrag i den nya analysen är ett ökat krav på stringens i analysen och ökad abstraktion. "Tidigare uppkom matematiska problem i regel ur

naturbeskrivningar. Nu formulerar man problemen ur enbart logisk synvinkel. Kurvor blev först funktioner, sedan ordnade talpar och slutligen avbildningar. Symmetrivridningar i geometrin blev abstrakta grupper, tärningsspel och kortspel blev mängdfunktioner på abstrakta utfallsrum. Triangelgeometri har utvecklats till studiet av egenskaper, som blir oförändrade vid kontinuerliga deformationer - topologi. I denna utveckling har skett en stark integration mellan olika områden." (Hall, 1970, s. 134).

Den matematiska statistikens utveckling under 1900-talet genom Karl Pearson och Roland Fisher har inneburit att även beteendevetenskaperna, sociologi, psykologi och pedagogik, kommit att beskrivas i matematiska termer. I dag är den pedagogiska forskningen beroende av sannolikhetskalkyl (Gauss' normalkurva) och numerisk analys (John von Neumann och Norbert Wiener). Allt mer invecklade problem kan analyseras allteftersom datamaskinerna tar över bearbetningarna.

Matematikens tillväxt och en ny syn på matematikens möjligheter som tekniskt instrument har gett nya förutsättningar för skolmatematikens innehåll. Skolundervisningen har visserligen fortlöpande förändrats både metodiskt och innehållsligt, men inte alls i den takt som präglat utvecklingen inom den matematiska vetenskapen. Strävanden att få skolans matematikundervisning i takt med tidens krav har aktualiserats ungefär samtidigt i många av de mer utvecklade länderna, och den forskning som föregår de nya planerna har en internationell prägel.

Begle (1970) använder ordet "revolution", då han skildrar den internationella skolutvecklingen inom matematiken under åren 1950-1970.

Ordet "revolution" kan användas också inom fortbildningsverksamheten i Sverige. Aldrig tidigare hade man från ansvarigt håll planerat så omfattande fortbildning för lärare. Oron bland äldre lärare var stor för "mängdläran" som skulle användas från åk1. Mängdspråket, termer, begrepp och symboler hämtade från mängdlära, infördes i Lgr 69 för att tjäna som ett metodiskt hjälpmedel. Fördelarna med mängdlärans språk är att det kan utgöra det gemensamma språket, då man vill göra aritmetik, algebra, geometri, statistik, sannolikhetslära, funktionslära etc till ett ämne:

aritmetik	mängder av tal, talmängder
geometri	punktmängder
sannolikhetslära	händelser, mängder av utfall
funktion	mängder av par, funktionsmängder

Studiet av mängder av element, såsom talmängder, funktionsmängder och punktmängder, där den abstrakta matematikens begrepp sammanbindes

med begrepp som ordning, kontinuitet, avstånd och mått bildar grunden för modern analys.

Länge betraktades algebran som en sorts generaliserad aritmetik, och man ansåg det osannolikt att det kunde existera algebraiska system med en annan struktur än aritmetikens. George Boole utvecklade en algebra av mängder - ett matematiskt system som är strukturellt olika den vanliga aritmetiken. I vanlig algebra har man addition och multiplikation som grundoperationer, medan man i boolesk algebra opererar med union och snitt. Boolesk algebra kommer till användning på så vitt skilda områden som teorin för elektriska kretsar och analys av lagar inom juridiken.

Utformningen av den matematikundervisning som föreskrives enligt grundskolans nya läroplan, Lgr 69, har påverkats av en rad faktorer:

Samhällets snabba utveckling har påverkat matematikplanen. Vi har fått en rad hjälpmedel: datorer, räknemaskiner och räknestickor. För att vi effektivt ska kunna utnyttja dessa hjälpmedel krävs nya färdigheter. Eleverna ska utbildas att hantera hjälpmedlen och kontrollera resultaten. Överslagsräkning blir betydelsefull.

Statistiken har en stark ställning i dagens samhälle. I tidningarna möter man diagram och tabeller som det krävs kunskaper för att tolka. Om man med framgång vill handskas med statistiska material, bör man behärska sannolikhetslära. Statistik blir ett nytt kursmoment av stort praktiskt värde.

Kraven på geometrikunskaper har ändrats. Man har gjort ambitionsnivån för geometriundervisningen mer realitetsanpassad och lämnat anknytningen till Euklides (jfr Boyer, 1959). Målet för geometriundervisningen i grundskolan blir att eleverna ska tillägna sig de geometriska grundbegreppen, kunna handskas med ritredskap av olika slag, kunna beräkna omkrets, area och volym samt ha kännedom om symmetri, likformighet och skala; något som man har användning för när man studerar kartor och ritningar. En praktisk tillämpning av redan förekommande moment har i den nya planen starkare betonats.

Det svenska samhällets behov av matematikkunskaper har studerats av Urban Dahllöf (1960, 1963). Skolor på gymnasienivå har enligt Dahllöf högre krav på kunskaper i fråga om mekanisk räkning med hela tal, decimaltal och bråk samt beträffande tillämpningar av olika slag inom geometri, algebra, handelsräkning m.m. För yrkesliv efter grundskolan och fritid bedömdes behovet av matematikkunskaper vara ringa - endast kunskaper i räkning med hela tal visade någon markant efterfrågan.

Sven G. Jansson (1964) har kommit till i huvudsak likartade resultat

som Dahllöf. Han redovisar att mekanisk räknefärdighet med hela tal och god färdighet i överslagsräkning i stort sett täcker kunskapsbehovet i matematik inom de yrken som bygger på grundskolan. Jansson registrerar emellertid dessutom att vissa industrier ställer krav på kunskap i att använda matematiska formler för bl. a. yrkeskategorierna verkstadsmechaniker och kontorister. Detta skulle praktiskt innebära ett behov av en ganska avancerad algebra. Tydligen finns ett alltför sällan påtalat behov av utbildning som berör de matematiska sammanhangen och inte enbart den mekaniska färdigheten.

En internationell forskning med nyorientering inom bl. a. matematikmetodiken som följd har pågått de sista decennierna. Vissa metodiker har uttalat sig för en icke-formell undervisning. De släpper kursplanerna och utnyttjar elevernas spontana önskningar om matematikkunskaper och företräder den s. k. motivationella eller funktionella riktningen (Lee & Lee, 1950).

Strukturella program, med systematiserad lärogång, har prövats länge speciellt i Montessoriskolor (Stern, 1957; Dienes, 1965). Dessa program innebär att eleverna vid arbete med systematiskt ordnade laborativa material - strukturella hjälpmedel - tillägnar sig föreställningar och begrepp.

Ett flertal matematikprojekt, de flesta i USA, har arbetat med att fördela nytt lärostoff på årskurserna. The School Mathematics Study Group (MSG) vid Yale genomförde bl. a. en omfattande longitudinell studie NLSMA; National Longitudinal Study of Mathematical Ability omfattande elever från åk 4 - 12. Målet var att utveckla kurser och undervisningsmaterial och förbättra kursplanerna (Begle, 1972). University of Illinois Committee on School Mathematics (UICSM) uppmärksammades först för sina forskningar rörande matematikundervisningen i High School. Under senare år har "The Arithmetic Project" vid samma universitet fört fram nya idéer om hur man skall utveckla undervisningsprocessen, d. v. s. arbeta med matematiken i klassrummet åk 1 - 6 (Werdelin, 1973).

En rad internationella matematikkongresser har haft betydelse för lärostoffets utformning. OECD-konferensen i Frankrike 1959 över ämnet "New thinking in school mathematics" skisserade vägar för reformering av matematikundervisningen och rekommenderade regionalt samarbete. De skandinaviska deltagarna enades där om ett nordiskt samarbete, och 1960 bildades Nordiska kommittén för modernisering av matematikundervisningen. Konferensen i Cambridge i USA 1963 utformade "Goals for School Mathematics 1963", d. v. s. rekommendationer om lärostoffet i matematik för Kindergarten (5 år) och årskurserna 1 - 12.

Under 1960-talet genomfördes i UNECSO:s regi världsomfattande undersökning. Man jämförde matematikkunskaper hos skolelever i olika länder. Husén visade att de svenska 13-åringarna var sämst i matematik bland de länder som deltog (Husén, 1967). Denna undersökning har rönt viss kritik från svenska matematiklärare. Enligt en lärarenkät ansågs matematikproven som låg till grund för resultaten icke adekvata för svenska förhållanden. Trots kritiken mot provens utformning kan man förmoda att Huséns undersökningsresultat skärpte kravet på en modernisering av matematikkurserna i vårt land, och påverkade målsättningsdiskussionerna.

Man finner i målsättningsdiskussionen (Nordisk skolmatematik, 1967) att målsättningen för matematikundervisningen vidgats att gälla även elevens arbetssätt och "mognad" i ämnet. Tyngdpunkten i målsättningen för matematik flyttas från en instrumentell målsättning (att via olika uppgiftstyper förbereda eleverna för prov) mot fackets egenvärde. Målet bör vara att ge eleverna god taluppfattningsförmåga och problemlösningssmodeller som kan ha överföringsvärde till många av ämnets användningsområden. Man ville nu också låta den logiska ambitionsnivån vara mera jämbördig för olika moment i skolmatematiken: geometri-analys-algebra. Dessa målskrivningar för matematiken har tidigare noterats i flera internationella forskningsprojekt. Blooms taxonomi (Bloom, 1956), handboken som gav ett system för klassificering av kunskapsmål, hade förvisso givit impulser till målfrågedebatten.

I samband med konstruktion och utvärdering av självinstruerande läromedel och programmerat material i matematik hade kravet på systematiska målbestämningar ökat. Elevernas arbetssätt vid materielstyrd inlärning hade också blivit föremål för analys och debatt. Denna utveckling avspeglas i den svenska målsättningsdiskussionen.

Arbetssättet inom matematikundervisningen har traditionellt utgjorts av lärarnas klassgenomgång av nya moment och elevernas enskilda arbete med en serie övningsuppgifter.

Grupparbete som arbetsform är litet utvecklat i matematikundervisningen. Ett försök med smågruppsundervisning kombinerad med maskinundervisning redovisar tillfredsställande resultat (Holmberg, 1966). Stort behov av utprovning av rationella samarbetsmetoder i ämnet föreligger. Individualiserad matematikundervisning har prövats i stor utsträckning inom IMU-projektet (Larsson, 1973). Sannolikt har IMU:s målskrivning påverkat utformningen av matematiken i Lgr 69 (jfr Skolöverstyrelsens handledningar: Basfärdigheter i matematik, 1973, s. 49). Taxonomiska kategorier har dock inte systematiskt utnyttjats i de målbeskrivningar som ligger till grund för läromedel anpassade till Lgr 69.

Inom Nordiska kommittén för modernisering av matematikundervisningen gjorde man under 1960-talets första hälft omfattande försök med nya läromedel. I dessa infördes nya avsnitt som mängdlära, vektorer och sannolikhetslära, samtidigt som man uteslöt geometriska moment. Tillämpningar hämtades i stor utsträckning från ämnena fysik, teknik och ekonomi. Numerisk räkning anpassades till ett ökat bruk av räknesticka och räknemaskiner. Ökad tid ägnades åt att ge eleverna större insikt och förståelse: färdighetsträningen minskades. Försökstexterna prövades i både grundskolan och gymnasiet med goda erfarenheter (Nordiska utredningar, 1967:9). Detta arbete kom att påverka utformningen av matematikkursen i Lgr 69. Här infördes nyheter som grundläggande operationer på mängder, presentation av andra talsystem än tiosystemet, träning av matematiska påståenden eller utsagor, prioritering av strukturer och deduktiva resonemang, etc.

Målskrivningarna för de båda läroplanerna är allmänt hållna och relativt lika. De innehåller båda krav på kunskaper och räknefärdigheter.

Lgr 62,
s. 164,
Mål:

Genom undervisningen i matematik skall elevernas förmåga att handskas med kvantitativa begrepp utvecklas. Undervisningen har till uppgift att ge kunskap och färdighet i elementär aritmetik och algebra samt förtrogenhet med geometrins elementära begrepp och metoder. På grundval av en klar insikt bör eleverna förvärva säkerhet i att genom såväl huvudräkning som ändamålsenliga skriftliga tillvägagångssätt lösa olika slag av matematiska uppgifter, i första hand av praktisk natur. Undervisningen i geometri bör med utgångspunkt i elevernas iakttagelser av figurers och kroppars form öva deras förmåga av rumsföreställning och utveckla deras geometriska fantasi. Eleverna bör efter hand göras förtrogna med allmänt brukliga matematiska termer och uttryckssätt. Genom sitt innehåll bör undervisningen ge dem en vidgad natur- och samhällsorientering.

Lgr 69,
s. 137,
Mål:

Undervisningen i matematik skall utgå från elevernas erfarenheter och föreställningar och grundas på förståelse. Den skall efter hand ge förtrogenhet med några väsentliga begrepp och tillvägagångssätt inom aritmetik, geometri, algebra och beskrivande statistik samt kännedom om funktions- och sannolikhetsbegreppen. Undervisningen skall vidare uppöva färdighet i numerisk räkning, även med tekniska hjälpmedel, och ge inblick i hur matematik används i olika sammanhang.

Innehållet i matematikkurserna i de båda läroplanerna är icke radikalt olika. Inget moment i Lgr 62 har försvunnit med Lgr 69. Magne, som var medlem i läroplanssakkunniga, redovisar skillnaden mellan Lgr 62 och Lgr 69 på följande sätt (Magne, 1973):

"Den huvudsakliga olikheten mellan det gamla och det nya kursprogrammet kan sägas ligga i en tyngdpunktsförskjutning med följande tre accenter:
1) En strävan efter förnyelse för att anpassa skolans matematikundervisning till samhällets framtida behov.
2) En inriktning på begreppsmässig inlärnin för att ge eleven "förståelse"

av grundläggande begrepp, av relationer mellan dessa samt av det matematiska begreppssystemet.

- 3) En betoning av att stoffet och metodiken bör differentieras för olika elever, så att å ena sidan de skickliga eleverna får tillfälle att utveckla sin förmåga och å andra sidan de lågpresterande eleverna skyddas mot överkrav."

För att mera detaljerat kunna fastställa skillnader beträffande innehållet i kurserna har jag haft tillgång till visst utredningsmaterial inom MUNK (Matematik Undervisningens Nordiska Kommitté). Innehållet i matematikkursen i Lgr 69 speglas nämligen av den målskrivning (bil. 13), som presenterats av Sten Sandström (dåvarande konsulent i matematik på Skolöverstyrelsen och svensk representant i MUNK). Målskrivningen fungerade som diskussionsunderlag vid arbetet med harmonisering av matematikundervisningen i de nordiska länderna (Nordisk utredningsserie 2/71). För att i någon mån kunna kartlägga skillnaderna mellan innehållet i de båda läroplanerna har jag synat innehållet i Lgr 62 enligt Sandströms kategorier.

De delmål i Lgr 69 som saknas i Lgr 62 har markerats med 0. På grundval av denna jämförelse noteras följande nyheter i Lgr 69:

Äk 3:

1. Införande av symbolerna $>$ $<$ $\neq$
2. Räkning med algoritmer
3. Mängdlära
4. Statistik

Äk 6:

1. Tallinjen
2. Potensuttryck
3. Mängdlära
4. Funktionslära

Äk 9:

1. Ökad användning av teknisk utrustning såsom räknesticka, räknemaskin och kalkylator
2. Mängdlära
3. Funktionslära
4. Ökad kurs i statistik - sannolikhetslära
5. ADB

Undervisningen enligt de båda planerna har emellertid med användning av nya läromedel utformats helt olika. Undervisningen i matematik enligt Lgr 62 har präglats av klassundervisning och av traditionen att eleverna borde få en viss säkerhet i mekanisk räkning. Denna säkerhet förvärvade man genom att öva många likartade uppgifter. "En folkskoleelev på 1950-talet kunde

träna sig på 5.000 divisionsuppgifter i åk 3-8" (Magne, 1973 b, s. 3). Trots denna intensiva träning synes det som om matematikfärdigheten successivt minskat (Vanås, 1953; Västgötastudien, 1972). Starka krav på bättre kunskaper i matematik ställde förväntningar på den nya planens möjligheter. För att ge Lgr 69 ett gott utgångsläge utarbetades supplement Lgr 69:II Ma, i vilket ges handledning till de förelagna momenten. Kommentarer är i regel mera omfattande och konkretiserande för de moment som tidigare inte ingått i grundskolans matematik. Den nya metodik som rekommenderas bygger på att förståelse skall föregå alla träningsavsnitt. Man söker konkretisera abstrakta idéer. Härvid användes laborativt material, och man introducerar mängd-begreppet. Till samtliga nya läromedel finns detaljerad lärarhandledning, vilket förväntas ge en mera enhetlig undervisning. Här följer ett exempel hämtat ur det läromedel vi använt i denna undersökning (Hej matematik, lärarhandledning, åk 6, sid 45-48):

Mål	Eleverna ska kunna beräkna arean av parallelogrammer och trianglar.				
Material	Rutade arbetsblad, saxar				
Arbetsplan	<table><tr><td>A</td><td>1) Repetera begreppen kvadrat, rektangel och parallelogram, t. ex. genom en diskussion av vilka egenskaper dessa begrepp har gemensamma och på vilket sätt de skiljer sig åt. Repetera också hur man beräknar rektanglars area. Rita 5-10 rektanglar på tavlan och låt eleverna beräkna arean av dem. 2) Repetera areaenheterna på tavlan. Rita upp mm^2, cm^2, dm^2 och m^2. Dela in kvadratdecimetern i kvadracentimeter och kvadratmetern i kvadratdecimeter. Försök också i skolans närhet hitta områden som kan exemplifiera ha och km^2. Detta att du ska åskådliggöra areaenheterna har vi föreslagit flera gånger förut, och vi tror att det är av avgörande betydelse för att eleverna ska klara enhetsbyten. Ta därför tid på dig! Öva enhetsbyten på tavlan. Låt sedan eleverna göra övningarna 40-42. Diskutera i efterhand elevernas lösningar till övning 42. Det finns många möjligheter att dela in polygonen i rektanglar.</td></tr><tr><td>B</td><td>1) Låt eleverna göra övning 43. De ska som tidigare räkna alla rutor som inte är hela som halva rutor. Låt dem innan de startar gissa vilken parallelogram som har störst omkrets och vilken som har störst area. Anteckna på tavlan hur många röster de olika parallelogrammerna får. 2) Låt eleverna berätta vad de upptäckte i övning 43. Förhoppningsvis har de observerat att · alla figurer har samma omkrets · alla figurer har lika långa sidor (5 resp 6 cm) · figurerna har olika stor area · att arean blir mindre ju "plattare" parallelogrammen är Diskutera sedan med eleverna hur mycket man behöver veta om en rektangel för att kunna rita upp den (sidor-</td></tr></table>	A	1) Repetera begreppen kvadrat, rektangel och parallelogram, t. ex. genom en diskussion av vilka egenskaper dessa begrepp har gemensamma och på vilket sätt de skiljer sig åt. Repetera också hur man beräknar rektanglars area. Rita 5-10 rektanglar på tavlan och låt eleverna beräkna arean av dem. 2) Repetera areaenheterna på tavlan. Rita upp mm^2 , cm^2 , dm^2 och m^2 . Dela in kvadratdecimetern i kvadracentimeter och kvadratmetern i kvadratdecimeter. Försök också i skolans närhet hitta områden som kan exemplifiera ha och km^2 . Detta att du ska åskådliggöra areaenheterna har vi föreslagit flera gånger förut, och vi tror att det är av avgörande betydelse för att eleverna ska klara enhetsbyten. Ta därför tid på dig! Öva enhetsbyten på tavlan. Låt sedan eleverna göra övningarna 40-42. Diskutera i efterhand elevernas lösningar till övning 42. Det finns många möjligheter att dela in polygonen i rektanglar.	B	1) Låt eleverna göra övning 43. De ska som tidigare räkna alla rutor som inte är hela som halva rutor. Låt dem innan de startar gissa vilken parallelogram som har störst omkrets och vilken som har störst area. Anteckna på tavlan hur många röster de olika parallelogrammerna får. 2) Låt eleverna berätta vad de upptäckte i övning 43. Förhoppningsvis har de observerat att · alla figurer har samma omkrets · alla figurer har lika långa sidor (5 resp 6 cm) · figurerna har olika stor area · att arean blir mindre ju "plattare" parallelogrammen är Diskutera sedan med eleverna hur mycket man behöver veta om en rektangel för att kunna rita upp den (sidor-
A	1) Repetera begreppen kvadrat, rektangel och parallelogram, t. ex. genom en diskussion av vilka egenskaper dessa begrepp har gemensamma och på vilket sätt de skiljer sig åt. Repetera också hur man beräknar rektanglars area. Rita 5-10 rektanglar på tavlan och låt eleverna beräkna arean av dem. 2) Repetera areaenheterna på tavlan. Rita upp mm^2 , cm^2 , dm^2 och m^2 . Dela in kvadratdecimetern i kvadracentimeter och kvadratmetern i kvadratdecimeter. Försök också i skolans närhet hitta områden som kan exemplifiera ha och km^2 . Detta att du ska åskådliggöra areaenheterna har vi föreslagit flera gånger förut, och vi tror att det är av avgörande betydelse för att eleverna ska klara enhetsbyten. Ta därför tid på dig! Öva enhetsbyten på tavlan. Låt sedan eleverna göra övningarna 40-42. Diskutera i efterhand elevernas lösningar till övning 42. Det finns många möjligheter att dela in polygonen i rektanglar.				
B	1) Låt eleverna göra övning 43. De ska som tidigare räkna alla rutor som inte är hela som halva rutor. Låt dem innan de startar gissa vilken parallelogram som har störst omkrets och vilken som har störst area. Anteckna på tavlan hur många röster de olika parallelogrammerna får. 2) Låt eleverna berätta vad de upptäckte i övning 43. Förhoppningsvis har de observerat att · alla figurer har samma omkrets · alla figurer har lika långa sidor (5 resp 6 cm) · figurerna har olika stor area · att arean blir mindre ju "plattare" parallelogrammen är Diskutera sedan med eleverna hur mycket man behöver veta om en rektangel för att kunna rita upp den (sidor-				

nas längder). Vad behöver vi veta om en parallelogram för att kunna rita den? Sidornas längder och vinklarna eller "hur platt den är". Inför begreppet höjd som ett mått på plattheten. Rita parallelogrammer på tavlan och rita ut höjder i dessa.



Påpeka att höjder är vinkelräta mot sidorna och att det i varje icke liksidig parallelogram finns två olika långa höjder (beroende på mot vilken sida höjden går) och att var och en av dem kan ritas på många olika ställen i parallelogrammen. För in begreppet bas för den sida höjden går mot.

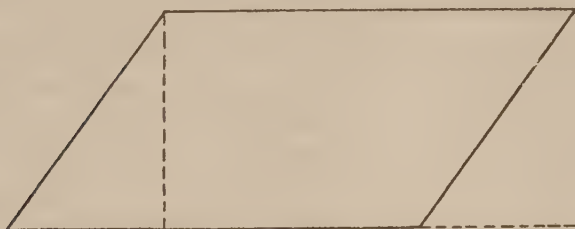
3) Låt eleverna rita 5-10 olika parallelogrammer i sina räknehäften och sedan rita ut de två olika höjderna i varje parallelogram.

C 1) Gå tillbaka till övning 43 och diskutera hur man ska kunna beräkna arean för parallelogrammer. Kan vi använda formeln för rektangelns area? Tydligt inte! Parallelogrammerna B, C, D och E har alla lika långa sidor, men olika area. Säkert föreslår någon att man kan använda höjden och multiplicera denna med basen.

2) Testa detta förslag på parallelogrammerna i övning 43. Låt eleverna mäta och beräkna arean med formeln $A = h \cdot b$.

Det visar sig stämma rätt bra!

3) Låt eleverna på ett ritpapper rita en parallelogram. Be dem sedan klippa den i två delar och lägga delarna så de får en rektangel.



Arean av parallelogrammen är tydligen lika stor som en rektangel som har ena sidan lika med parallelogrammens sida och andra sidan lika med parallelogrammens höjd. Diskutera nu rektangelns och kvadrats area och visa att formlerna för dessa areor blir specialfall av formeln för parallelogrammens area.

Låt sedan eleverna göra övning 44. Gå först igenom instruktionen. Har du Hermods geometriska låda får eleverna hämta några parallelogrammer åt gången. Har du inte tillgång till lådan föreslår vi att du stencilerar bilder av parallelogrammerna eller klipper ut dem i kartong. Du finner ritningar av alla figurer längst bak i denna lärarhandledning.

Använd övning 45 som en fyllnadsuppgift för snabba elever. De långsamma eleverna kan göra övningen på en teckningslektion.

- D
- 1) Låt eleverna göra övning 46. Gå först igenom instruktionen med eleverna. Har du inte tillgång till lådan kan du använda de trianglar du gjorde i åk 5. Finns inte dessa kvar föreslår vi att du (eller några av eleverna!) gör minst 5 olika trianglar vardera i ett 10-tal exemplar (så det räcker till 2 trianglar per elev).
 - 2) När flertalet elever gjort klart övning 46 diskuterar du resultaten. Hur får man triangelns area? Den är tydligen hälften av parallelogrammens. Parallelogrammens area får vi genom att multiplicera höjd och bas. Jämför parallelogrammens och triangelns baser! De är lika! Jämför parallelogrammens och triangelns höjder. De är lika! Vi får då triangelns area genom formeln

$$A = \frac{h \cdot b}{2}$$

Rita upp några trianglar på tavlan som eleverna får mäta och beräkna arean av.

- E
- 1) Låt sedan eleverna göra övning 47. Har du inte lådan så stencilera ut trianglar. Kontrollera att eleverna gör noggranna mätningar och ritningar.
 - 2) Låt eleverna på egen hand försöka sig på övningarna 48-53. Kommer de inte i övning 48 på att man kan dela fyrhörningarna i trianglar får du hjälpa dem på traven men låt dem fundera ett tag först!
- Har du inte lådan får du till övning 49 stencilera månghörningarna 21, 22 och 23. De övriga har du redan gjort (se lektion 8!).
- Diskutera i efterhand elevernas lösningar. I t. ex. övning 49 kan man få mycket olika arbete beroende på hur man delar figurerna i trianglar. Det gäller särskilt de regelbundna månghörningarna. I övning 50 har förstås alla trianglarna samma area. I övning 52 är höjden konstant varför arean ändras i förhållande till baserna. I övning 53 blir arean 4 ggr så stor när höjd och bas blir dubbelt så stora, 16 ggr så stor när höjd och bas blir 4 ggr så stora osv. (Jfr lektion 18!)

För det läromedel som använts till Lgr 62, sexans matematik, inskänker sig lärarhandledningen beträffande motsvarande avsnitt till följande rader:

"Triangelytan härleds ur rektangelytan. Härigenom undviks arbetet med den snedvinkliga parallelogrammens yta."

Fortbildning av lärare initierades av läroplansgruppen i matematik.

Kursen fick namnet DELTA-projektet. Det var ett samarbetsprojekt mellan Skolöverstyrelsen, Sveriges Radio och Hermods. Deltaprojektet berörde ca 45.000 lärare på låg-, mellan- och högstadiet.

Föräldrakurser i ny matematik anordnades.

Trots dessa ansträngningar att informera om det nya matematikstoffet lyckades man ej införa den nya läroplanen utan att få kritik. Efter något år med ny läroplan höjdes kritiska kommentarer om den nya matematiken. Dessa kommentarer hade alltför ofta sin grund i bristande information om stoff och metoder. Rent subjektivt upplevde man att eleverna behärskade matematiken sämre.

2. BAKGRUND OCH SYFTE

I promemoria av 1970-11-21 efterlyste SÖ utvärdering av resultat av undervisningen enligt Lgr 69 i vissa ämnen t. ex. matematik. "Den rullande läroplansrevisionen får inte bli självgående i själva (ämbets-)verket. Det är ute på fältet man samlar erfarenheter och lyssnar till mumlet bland gräsrötterna" (docent Lundh; SÖ:s rådgivande nämnd för pedagogiskt utvecklingsarbete).

Många frågor angående syftet med och effekten av den nya matematiken, och i synnerhet mängdläran, har ställts av föräldrar som ej varit insatta i den nya matematikens terminologi: Är denna omdisponering av såväl stoffmässig som undervisningsmetodisk karaktär en adekvat anpassning av matematiken till datamaskinålderns krav på samordning av matematik och logik? Fattar alla elevkategorier, även de svagare, den verklighet som abstraheras i mängdlärans terminologi? Kan eleverna på ett så tidigt stadium fatta och uppleva relationen mellan de konkreta operationer de utför och mängdlärans terminologi, eller är detta för dem två separata världar? Uppstår i det senare fallet negativa attityder mot matematik?

Detta projekts huvudsyfte har utformats mot bakgrund av resonemanget ovan och avser att studera vissa effekter av införandet av ny läroplan i matematikundervisningen med avseende på:

1. talbegreppets utveckling
2. kunskaper i matematik
3. attityder mot matematik

3. PROBLEM

Med utgångspunkt från syftet har följande problem utkristalliserats:

- A. Finns skillnader mellan elevgrupper inom olika årskurser som undervisats enligt Lgr 62 resp Lgr 69 beträffande
 1. precision i taluppfattningen
 2. kunskaper i matematik
 3. attityder mot ämnet matematik
- B. Vad betyder begåvningen för ovanstående variabler?

4. METOD

4.1 Design

Två elevgrupper, vilka undervisats enligt Lgr 62 respektive Lgr 69 testas med testbatterier som mäter

1. precision i taluppfattningen. (Dessa instrument, taluppfattningstesten, TAL 3, TAL 6 och TAL 9 är nykonstruerade och utprovade 1972, bilaga 9, 10 och 11.)
2. kunskaper i matematik. (Dessa instrument, provräkningarna MA 3, MA 6, MA 9A och MA 9S är också nykonstruerade och utprovade 1972, bilaga 5, 6, 7 och 8.)
3. attityder mot ämnet matematik. (Attityd MA är nykonstruerat och utprovat 1972, bilaga 12.)
4. begåvning. (Testet Cattell Culture Fair 2 A har använts för åk 3 och åk 6; Cattell Culture Fair 3 A har använts för åk 9; Cattell & Cattell, 1965).

Resultaten för samtliga årskurser variansanalyseras enligt följande modell:

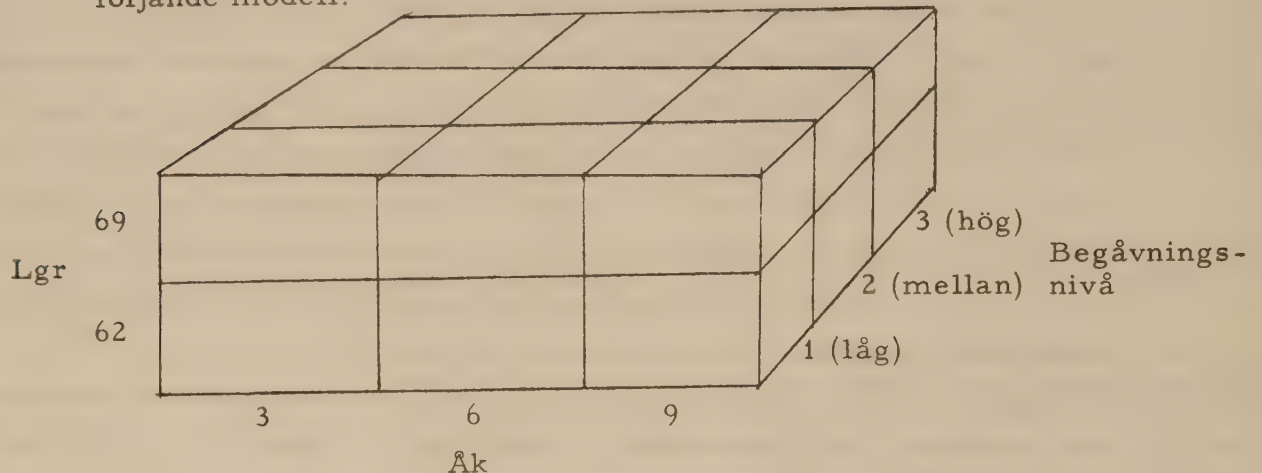


Fig 1 Design I.

- II. Åk 9 studeras separat med avseende på uppdelning i allmän kurs och särskild kurs.

Modell:

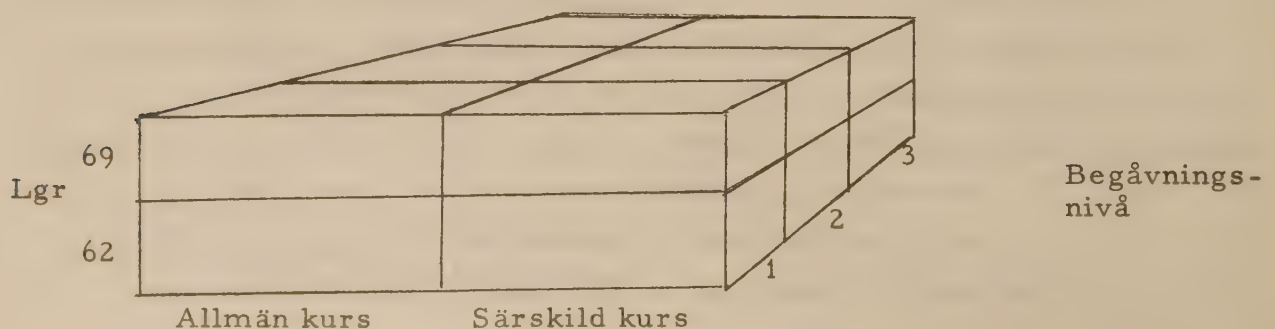


Fig 2 Design II.

Uppläggningsen är 2×3^2 , respektive $2^2 \times 3$ och bearbetningen sker med ANOVA med två faktorer. För validitetsbestämningar av mätinstrumenten har utförts korrelationsberäkningar: produktmomentkorrelationer och kanoniska korrelationsanalyser. Reliabilitet har beräknats med Cronbach's α - koefficient och produktmomentkorrelationer.

Analyser och bearbetningar i denna undersökning har utförts med hjälp av dator, UNIVAC 1108, vid Lunds datacentral. Följande program har använts:

BMD 03 D	Korrelationsberäkningar (Dixon, 1968)
BMD 06 M	Kanoniska korrelationsanalyser (Dixon, 1968)
ANO 2 P	Variansanalyser (ANOVA) (Sternrup, Lunds datacentral)

I variansanalyserna har ω^2 medtagits för att visa hur stor proportion av den totala variansen som en speciell skillnad svarar för (jfr Hays, 1963, s. 406 - 407). Cohen (1959, s. 277) anger $\omega^2 \geq 0,05$ som en normal effekt. I dessa variansanalyser har $\omega^2 \geq 0,05$ fått vara kriterium på att skillnader mellan grupperna kan anses väsentliga.

4.2 Processanalys

Hösten 1970 började man i åk 1, 4 och 7 i grundskolan att arbeta med Lgr 69. Kursplanen infördes successivt och 1973 arbetade alla i grundskolan med "den nya matematiken". För denna undersökning innebär det att eleverna i åk 3 haft samma läroplan hela sin skoltid, medan åk 6 och 9 bytt läroplan efter 3 respektive 6 år med den gamla. Eleverna i åk 6 och 9 har utsatts för den påfrestning som ändringar i skolans synsätt och arbetssätt alltid innebär. Kraven på matematikkunskaper har ändrats. Drillen i form av extra övningsuppgifter har slopats, eftersom man anser att tekniska hjälpmedel kan göra de numeriska beräkningarna. Överslagsräkning blir betydelsefull, ty människan måste kunna kontrollera att maskinerna gjort ungefär rätt.

Elever (försökspersoner)

Grupp A: ca 200 elever ur respektive åk 3, 6, 9 läsåret 1971/72 representerade elever som undervisats enligt 1962 års läroplan.

Grupp B: ca 200 elever ur respektive åk 3, 6, 9 läsåret 1972/73 representerade elever, som undervisats enligt 1969 års läroplan.

Det hade ur generaliseringssynpunkt varit önskvärt med slumpurval, men detta har av ekonomiska skäl icke varit möjligt att åstadkomma. Ett tillfälligt sample har valts på grundval av följande logiska resonemang. De variabler, som är av betydelse för min population är bostadsort, social bakgrund och intelligens och dessa måste i lika mån vara representerade i båda försöksgrupperna A respektive B.

Eleverna har tagits ur olika skoldistrikt som representerar både stads- och landsortsbebyggelse (ca 600 elever från stadsskolor och 600 elever från landsbygdsskolor). Varje försöksgrupp består således av 50% elever från stad respektive landsort. Samtliga elever i åk 3, 6 och 9 har medtagits vid försöksskolorna. Samma skolor har varit försöksskolor både 1971/72 och 1972/73. Årskurserna 3, 6 och 9 läsåret 1971/72 utgör grupp A, och årskurserna 3, 6 och 9 vid samma skola läsåret 1972/73 utgör grupp B. Detta faktum anser vi vara en garanti att vi fått socialt jämförbara grupper. Barnen i grupperna A och B tillhör ju samma upptagningsområde. Då båda försöksgrupperna är intellektuellt jämförbara, testade med Cattell Culture Fair 2 A respektive 3 A ($p > 0,05$; $\omega^2 = 0,01$).

Femtiofyra klassavdelningar ingår i undersökningen:

Åk 3	8 klassavdelningar med Lgr 62 och 8 klassavdelningar med Lgr 69
Åk 6	8 klassavdelningar med Lgr 62 och 8 klassavdelningar med Lgr 69
Åk 9 A (A=allmän kurs i ma)	6 klassavdelningar med Lgr 62 och 6 klassavdelningar med Lgr 69
Åk 9 S (S=särskild kurs i ma)	4 klassavdelningar med Lgr 62 och 4 klassavdelningar med Lgr 69.

Bortfall

Totalbortfall:

1972	åk 3	2%	åk 6	3%	åk 9 A	8%
					åk 9 S	5%
1973	åk 3	2%	åk 6	4%	åk 9 A	10%
					åk 9 S	6%

Redovisning av närvaron vid olika testtillfällen:

1972

Antal elever närvarande	Testtillfälle		
	1	2	3
Åk 3	178	178	179
Åk 6	181 1)	211	213
Åk 9	218	215	228

1) Resultaten från en försöksklass förlorats i posttransporten (30 taluppfattningstest).

1973

Antal elever närvarande	Testtillfälle		
	1	2	3
Åk 3	196	198	202
Åk 6	232	235	238
Åk 9	192	182	198

Vid jämförelse med närvarofrekvensen i andra skolor, kan man konstatera att våra försöksskolor speglar en normal närvarosituation i grundskolan.

Dessa elevgrupper, som testats i vår undersökning 1973, är lärarnas första elevgrupper med den nya läroplanen. Naturligtvis kan lärarnas ovana vid den nya läroplanen ha påverkat undersökningsresultaten i negativ riktning.

Lärare

På låg- och mellanstadiet har utexaminerade klasslärare undervisat i samtliga försöksklasser. Alla lärare har haft minst tre års tjänstgöring på stadiet i fråga. På högstadiet är det ämneslärare med fil. mag. resp. fil. kand.-examen som skött undervisningen i matematik. Ämneslärarsystemet har medfört att samma lärare kommit att delta vid testningarna av båda läroplanerna. I 9 S (särskild kurs) gäller detta för två lärare och i 9 A (allmän kurs) för tre lärare. Lärare som undervisat enligt Lgr 69 har genomgått fortbildning; det tidigare nämnda DELTA-projektet.

Läromedel och verksamhetsformer

Läromedlen har varit helt olika för de båda försöksgrupperna. Till Lgr 62 förekom en lärobok i ämnet med få anvisningar och rikligt med övningsuppgifter till varje moment. Eleverna fick skriva av uppgifterna och göra uträkningarna i separata övningsböcker. Till Lgr 69 förekommer flera läroböcker i ämnet, lärarhandledning och laborativt material. Eleverna får skriva direkt i läromedlen och skriver endast av arbetsuppgifter i vissa moment. Läromedlen till Lgr 69 innehåller nya moment, som inte utprovats i större utsträckning. Träningsuppgifterna kan bli färre till varje moment, eftersom de nya läromedlen ofta innehåller uppmaningar av denna typ till eleverna: "Håll på tills du fått tre uppgifter i rad rätt. Gå sedan till nästa övning." Ifyllnadsövningar är vanligare. Vid genomgång av använda läromedel i åk 6 noterades 153 ifyllnadsövningar i läromedlet till Lgr 62 och 470 ifyllnadsövningar till Lgr 69. Här avses uppgifter av typen:

"Skriv rätt tecken

$> < i$ ☐

a) -5 ☐ -10

och

? $\cdot 15 = 75.$ "

Läromedlen till Lgr 69 anses av lärarna ge en högre grad av konkretion, eftersom i materialet ingår bl. a. logiska block och geometriska låda. Kvaliteten på de nya läromedlen har givetvis stor inverkan på undersökningsresultaten.

Hemläxor har förekommit i lika stor utsträckning för grupp A och B.

Organisatoriskt har de båda försöksgrupperna haft samma modell: kollektiv undervisning (klassundervisning). Inga experiment med storklassundervisning eller individualisering enligt IMU-modell (individualiserad matematikundervisning) har förekommit på något stadium. Lärarna påpekar dock att de nya läromedlen inneburit en hårdare styrning av metoden: mer individualisering har varit möjligt på grund av läromedlens utformning. Planeringsformerna för grupp A och B är lika. Låg- och mellanstadielärare planerar var för sig tillsammans med sina respektive elever, medan högstadielärarna gör gemensam läsårsplanering. Följande läromedel har använts:

Lgr 62

Åk 3	Hultman, C., Kristiansson, M & Ljung, B. -O. Treans matematik. Billing, B. & Nilsson, H. Min räknebok 3.
Åk 6	Hultman, C., Kristiansson, M. & Ljung, B. -O. Sexans matematik.
Åk 9 A allmän kurs	Mattsson, J., Fredriksson, A., Göransson, A. & Thulin, L. Matematik 9 A.
Åk 9 S särskild kurs	Mattsson, J., Fredriksson, A., Göransson, A. & Thulin, L. Matematik 9 S.

Lgr 69

Åk 3	Håstad, M., Svensson, L. & Öreberg, C. Hej matematik! åk 3
Åk 6	Håstad, M., Svensson, L. & Öreberg, C. Hej matematik! åk 6
Åk 9 A allmän kurs	Håstad, M., Svensson, L. & Öreberg, C. Hej Matematik! A 67 - 547
Åk 9 S särskild kurs	Fredriksson, A., Göransson, A. & Thulin, L. Högstadiets matematik 3 a och 3 b Håstad, M., Svensson, L. & Öreberg, C. Hej matematik! S 67 - 547.

4.3 Datainsamling

Testningarna utfördes i vecka 16 år 1972 för elevgrupp A och i vecka 15 år 1973 för elevgrupp B. Klasslärarna för åk 3 och 6 och matematiklärarna för åk 9 gav samtliga prov. De hade instruerats av projektledaren och fick

Eftersom taluppfattning är en del av den matematiska förmågan, kan relationen taluppfattning/matematikkunskaper anses belysa taluppfattningstestets validitet. Validitet för taluppfattningstesten visas i kanoniska korrelationsanalyser. I dem studerar vi två grupper av variabler. Den första gruppen, X-variablerna är de 25 uppgifterna i taluppfattningstestet TAL 9. Den andra gruppen, Y-variabler är de gemensamma uppgifterna i matematikprovet MA 9 A och S. På samma sätt korreleras för åk 6: TAL 6/MA 6 och för åk 3: TAL 3/MA 3. Vi bestämmer de lineära kombinationer av variablerna inom den ena uppsättningen som har maximal korrelation med lineära kombinationer av variablerna i den andra uppsättningen. En kanonisk analys kan alltså ses som en lineär regressionsmodell, där den ena variabelgruppen beroende av den andra studeras, (Mårdberg, 1969).

Tabell 1 Kanoniska korrelationer

Åk 3		Åk 6		Åk 9	
Lgr 62	Lgr 69	Lgr 62	Lgr 69	Lgr 62	Lgr 69
0,86	0,86	0,85	0,84	0,82	0,91

Det förefaller angeläget att validera detta nya taluppfattningstest med något prov som ligger utanför den egna nyproduktionen. Ytterligare ett mått på taluppfattningstestets validitet ges därför i form av sambandet mellan taluppfattning/matematisk förståelse, som det mätes i deltest i standardproven; 1972 $r = 0,62$ och 1973 $r = 0,72$ för åk 3; för åk 6 $r = 0,72$ resp. $0,70$.

4.4.2 Kunskapsprov i matematik

För att jämföra kunskaper i matematik hos elever som undervisats enligt Lgr 62 och Lgr 69 har använts de nykonstruerade provräkningarna MA 3, MA 6, MA 9A (allmän kurs) och MA 9S (särskild kurs). Samma provräkningar har givits åt elever som undervisats enligt Lgr 62 respektive Lgr 69. Det visade sig vara mycket svårt att sammanställa provräkningar som var adekvat för båda läroplanerna, eftersom innehållet ej var lika för båda planerna. Endast uppgifter ur moment som behandlas i båda läroplanerna har medtagits i proven. Målskrivningarna för de båda läroplanerna är vaga. Då man konstruerar prov relaterar man trots detta provet till målskrivningen och söker provuppgifter, som kan vara kriterier på att utvärderingen är adekvat visavi målet. Effekter av nyheterna inom Lgr 69 har testats endast i den mån de haft transfereffekter på andra moment i matematikprovet. En arbetsgrupp bestående av projektets vetenskaplige rådgivare professor Olof Magne, projektledaren, metodiklektorn i matematik Nils Sander och lågstadielärare Ann-Marie Anfelt har tagit fram moment i kurserna som ansetts väsentliga

att testa. Vid detta arbete har samma moment beaktats som i MUNK:s (Matematik Undervisningens Nordiska Kommitté) måldokument gällande den svenska matematikundervisningen. Detta dokument har legat till grund för harmonisering av matematikundervisningen i de nordiska länderna. (Nordisk utredningsserie 2/71). Provet för lågstadiet har konstruerats av Ann-Marie Anfelt och proven för mellan- och högstadiet av Nils Sander.

Utprövning av matematikproven skedde i vecka 12 vt 72. Proven gavs då till 100 elever på varje nivå, åk 3, 6 och 9. Eleverna togs från andra skoldistrikt än de som ingick i huvudundersökningen. Resultaten uppgifts-analyserades. Med utgångspunkt från denna analys valdes till slutversionen av kunskapsproven uppgifter av olika svårighetsgrad och med god differentierande förmåga. Med erfarenheter från utprövningen fastställdes tidsgränser för provet och utarbetades detaljerade anvisningar till lärarna, som skulle fungera som testledare.

Varje år kan man i Sverige mäta effekten av matematikundervisningen enl. gällande läroplan med hjälp av standardproven. I den här undersökningen var det angeläget att konstruera mätinstrument som hade ett högt samband med standardproven för både 1972 (som avser Lgr 62) och 1973 (som avser Lgr 69).

Som kriterium på matematikprovns validitet för åk 3 och 6 har därför standardprovsresultaten använts. Proven för åk 9 har validerats mot matematikbetygen.

Validitetskoefficienter:

Åk 3

MA 3	Standardprov 72	Mekanisk räkning	$r = 0,76$
MA 3	"	Huvudräkning	$r = 0,71$
MA 3	"	Provräkning	$r = 0,66$
MA 3	Standardprov 73	Naturliga tal	$r = 0,70$
MA 3	"	Enheter, diagram	
		matematisk förståelse	$r = 0,69$
MA 3	"	Geometri, koordinat-system	$r = 0,40$

Åk 6

MA 6	Standardprov 72	Mekanisk räkn. + över-slagsr.	$r = 0,82$
MA 6	"	Provräkning	$r = 0,69$
MA 6	"	Geometri	$r = 0,78$
MA 6	"	Matematisk text	$r = 0,68$
MA 6	Standardprov 73	Geometri	$r = 0,75$
MA 6	"	Numerisk räkning	$r = 0,64$
MA 6	"	Procent	$r = 0,64$
MA 6	"	Tillämpad räkning	$r = 0,69$

Åk 9

MA 9	Matematikbetyg	$r = 0,65$
------	----------------	------------

Validitetskoefficienterna kan anses tillfredsställande för båda läroplanerna. Reliabilitet har beräknats med Cronbach's α - koefficient (Lord & Nowick, 1968).

Reliabilitetskoefficienter:

MA 3 $\alpha = 0,88$

MA 6 $\alpha = 0,86$

MA 9 A $\alpha = 0,89$

MA 9 S $\alpha = 0,86$

4.4.3 Attitydtest mot matematik: Attityd MA

Attityd MA är ett instrument för mätning av skolelevers attityd mot matematik konstruerat av projektledaren. Det är en skala av Likerttyp. Eleverna får ta ställning till 14 påståenden och i varje enskilt fall markera ett av fem svarsalternativ.

Att få ett direkt kriterium på det som ATTITYD MA avser att mäta är svårt. Validiteten måste bestämmas på indirekt väg, t. ex. genom att man undersöker attityddifferenserna hos grupper som skiljer sig beträffande någon variabel som kan tänkas samvariera med attityden. En studie av Brown & Abell (1965) visar, att sambandet mellan elevernas attityder mot ämnet och prestationer i ämnet var högre för matematik än för språk. Här har attityddifferenserna mellan extremgrupper i betygshänseende testats. Höggruppen har signifikant högre attitydpoäng än låggruppen ($p < 0,01$; $\omega^2 = 0,07$). Reliabilitet har beräknats med test-retest-metod (produktmoment-korrelation) $r = 0,62$.

5. RESULTAT

5.1 Analys av taluppfattningsförmåga

För att utröna om de båda läroplanerna skiljde sig åt beträffande sina möjligheter att påverka barns taluppfattningsförmåga användes de tre testen TAL 3, TAL 6 och TAL 9. Statistisk analys har skett med 2 x 3-faktoriell variansanalys (Winer, 1970, s. 128 ff). Faktor A är fix och har två nivåer; Lgr 62 och Lgr 69. Faktor B är också fix och har 3 nivåer vilka motsvaras av olika begåvningsnivåer. Dessa grupper, på tre begåvningsnivåer höggrupp, mellangrupp och låggrupp, har valts ut med hänsyn till resultaten på testet Cattell Culture Fair 2 A får åk 3 och åk 6 och version 3 A för åk 9.

Resultaten redovisas i Anova-tabeller. Medelvärden för olika grupper anges.

För åk 3 gäller:

Tabell 2 Variansanalys TAL 3

Variationsorsak	df	MS	F	p<	ω^2
Lgr (A)	1	50,85	2,52	0,01	0,01
Begåvningsnivå (B)	2	972,66	48,14		0,20
AB	2	12,86	0,63		-
Fel	368	20,20			
Totalt	373				

Medelvärden	Lgr 62	Lgr 69	
Höggrupp	17,27	19,09	18,48
Mellangrupp	15,47	15,83	15,67
Låggrupp	11,06	12,03	11,42
	14,16	15,84	15,04

Inga signifikanta skillnader kan i denna analys påvisas mellan de två läroplanernas påverkan på taluppfattningsförmåga. Begåvningsvariabeln ger ett signifikant variansbidrag ($\omega^2 = 0,20$). Inget signifikant samspel kan noteras.

För åk 6 gäller:

Tabell 3 Variansanalys TAL 6

Variationsorsak	df	MS	F	p<	ω^2
Lgr (A)	1	57,05	4,18	0,01	0,07
Begåvningsnivå (B)	2	969,81	71,09	0,01	0,26
AB	2	2,03	0,15		-
Fel	407	13,64			
Totalt	412				

Medelvärden	Lgr 62	Lgr 69	
Höggrupp	19,82	20,30	20,09
Mellangrupp	16,65	17,36	17,03
Låggrupp	12,70	13,80	13,41
	16,51	16,99	16,78

I åk 6 har elever som undervisats enl. Lgr 69 signifikant bättre resultat på taluppfattningstestet än de som läst den gamla matematiken. Detta gäller för samtliga begåvningsnivåer. Begåvningsvariabeln har en signifikant effekt ($\omega^2 = 0,26$). Inga signifikanta samspel förekommer.

För åk 9 gäller:

Tabell 4 Variansanalys TAL 9

Variationsorsak	df	MS	F	p<	ω^2
Lgr (A)	1	30,70	2,09		0,03
Begåvningsnivå (B)	2	1704,47	115,82	0,01	0,36
AB	2	60,24	4,09	0,05	0,01
Fel	404	14,72			
Totalt	409				

Medelvärden	<u>Lgr 62</u>	<u>Lgr 69</u>	
Höggrupp	21,44	22,65	21,95
Mellangrupp	17,79	18,92	18,32
Låggrupp	14,65	13,25	13,92
	18,23	18,35	18,29

Inga skillnader kan påvisas mellan läroplanernas förmåga att påverka taluppfattningsförmågan i åk 9. De olika begåvningsnivåernas inverkan är signifikant. Ett signifikant samspel A x B noteras. Interaktionen innebär att medan hög- och mellangrupp uppvisar bäst resultat enl. Lgr 69 är låggruppen bäst enl. Lgr 62. Emellertid är ω^2 endast 0,01, varför effekten saknar reel betydelse.

5.2 Analys av kunskaper i matematik

Jämförelse beträffande effekterna i matematikundervisningen enl. Lgr 62 och Lgr 69 baseras på resultaten av provräkningarna MA 3, MA 6, MA 9 A och MA 9 S.

Samma variansanalytiska modell som för proven i taluppfattningsförmåga har använts.

För åk 3 gäller:

Tabell 5 Variansanalys MA 3

Variationsorsak	df	MS	F	p<	ω^2
Lgr (A)	1	393,20	9,42	0,01	0,02
Begåvningsnivå (B)	2	1028,32	24,64	0,01	0,11
AB	2	8,15	0,19		0,00
Fel	370	41,73			
Totalt	375				

<u>Medelvärden</u>	<u>Lgr 62</u>	<u>Lgr 69</u>	
Höggrupp	30,45	33,40	32,40
Mellangrupp	26,86	28,93	28,00
Låggrupp	23,89	25,49	24,50
	26,27	29,22	27,82

Elever som undervisats enl. Lgr 69 med den s.k. nya matematiken har signifikant bättre resultat på provräkningen MA 3 än de elever som undervisats enl. Lgr 62 den s.k. gamla matematiken. Detta gäller för samtliga begåvningsnivåer. Emellertid är ω^2 för låg (0,03) för att man skall kunna generalisera utifrån effekten.

För åk 6 gäller:

Tabell 6 Variansanalys MA 6

Variationsorsak	df	MS	F	p <	ω^2
Lgr (A)	1	861,15	33,78	0,01	0,05
Begåvningsnivå (B)	2	2007,51	78,75	0,01	0,25
AB	2	2,55	0,09		0,00
Fel	440	25,49			
Totalt	445				

<u>Medelvärden</u>	<u>Lgr 62</u>	<u>Lgr 69</u>	
Höggrupp	26,84	24,23	25,46
Mellangrupp	22,78	19,82	21,30
Låggrupp	17,35	14,88	15,88
	22,48	19,39	20,85

Elever från samtliga begåvningsnivåer vilka undervisats med den s.k. gamla matematiken har signifikant bättre resultat än de elever som undervisats enl. Lgr 69. Resultaten är för åk 6 motsatta dem för åk 3.

För åk 9, allmän kurs, gäller:

Tabell 7 Variansanalys MA 9, allmän kurs

Variationsorsak	df	MS	F	p <	ω^2
Lgr (A)	1	743,75	35,96	0,01	0,11
Begåvningsnivån (B)	2	427,87	20,69	0,01	0,13
AB	2	12,41	0,60		0,00
Fel	213	20,68			
Totalt	218				

<u>Medelvärden</u>	<u>Lgr 62</u>	<u>Lgr 69</u>	
Höggrupp	21,91	19,57	21,34
Mellangrupp	20,09	15,71	18,21
Låggrupp	16,18	12,84	14,26
	19,34	14,69	17,22

Elever i allmän kurs som undervisats enl. Lgr 62 klarar matematikprovet bättre än de som undervisats enl. Lgr 69. Detta gäller för samtliga begåvningsnivåer.

För åk 9, särskild kurs, gäller:

Tabell 8 Variansanalys MA 9, särskild kurs

Variationsorsak	df	MS	F	p <	ω^2
Lgr (A)	1	36,65	1,56	0,01	0,01
Begåvningsnivå (B)	2	333,94	14,18		0,13
AB	2	9,36	0,39		0,03
Fel	172	23,55			
Totalt	177				

<u>Medelvärden</u>	<u>Lgr 62</u>	<u>Lgr 69</u>	
Höggrupp	24,33	25,51	24,88
Mellangrupp	21,47	22,44	21,93
Låggrupp	18,62	17,00	18,08
	22,57	23,63	23,06

För elever i särskild kurs kan man totalt sett inte påvisa några skillnader i matematikprestationer med anledning av att de undervisats med olika läroplaner.

5.3 Analys av attityder mot matematik

Resultaten på testet "ATTITYD MA" ligger till grund för de analyser som kartlägger eventuella attitydskillnader mellan de elever som undervisats enl. Lgr 62 resp Lgr 69.

Tabell 9 Variansanalys ATTITYD MA åk 3

Variationsorsak	df	MS	F	p <	ω^2
Lgr (A)	1	118,89	1,34		0,001
Begåvningsnivå (B)	2	153,37	1,73		0,01
AB	2	213,23	2,40		0,01
Fel	375	88,65			
Totalt	380				

<u>Medelvärden</u>	<u>Lgr 62</u>	<u>Lgr 69</u>	
Höggrupp	53,18	55,93	55,03
Mellangrupp	51,43	53,78	52,73
Låggrupp	53,02	50,57	52,06
	52,20	53,62	52,95

Ingen av variablerna gav signifikanta bidrag till variationen.

För åk 6 gäller:

Tabell 10 Variansanalys ATTITYD MA åk 6

Variationsorsak	df	MS	F	p <	ω^2
Lgr (A)	1	983,60	13,64	0,01	0,03
Begåvningsnivå (B)	2	719,19	9,97	0,01	0,04
AB	2	115,41	1,60		0,01
Fel	445	72,12			
Totalt	450				

<u>Medelvärden</u>	<u>Lgr 62</u>	<u>Lgr 69</u>	
Höggrupp	48,71	48,74	48,73
Mellangrupp	46,81	43,37	45,08
Låggrupp	45,44	41,28	42,97
	46,88	43,82	45,26

Attityderna mot matematik är bäst hos de elever som undervisats enl. Lgr 62. Signifikant variation mellan begåvningsnivåer kan noteras. I inget av fallen är variationsbidragen stora, $\omega^2 = 0,03$ resp $0,04$.

För samtliga elever i åk 9 gäller:

Tabell 11 Variansanalys ATTITYD MA åk 9

Variationsorsak	df	MS	F	p <	ω^2
Lgr (A)	1	37,25	0,53		0,01
Begåvningsnivå(B)	2	1088,08	15,50	0,01	0,28
AB	2	37,34	0,53		-
Fel	420	70,22			
Totalt	425				

<u>Medelvärden</u>	<u>Lgr 62</u>	<u>Lgr 69</u>	
Höggrupp	45,54	44,66	45,16
Mellangrupp	41,37	41,52	41,44
Låggrupp	39,78	37,86	38,78
	42,28	41,39	41,86

Inga signifikanta variationer kan visas beträffande attityderna mot matematik för de skilda läroplansgrupperna i åk 9. Däremot kan en signifikant skillnad noteras mellan olika begåvningsnivåer. Låggruppen har sämst attityder mot matematik och höggruppen bäst.

För åk 9, allmän kurs, gäller:

Tabell 12 Variansanalys ATTITYD MA 9 A

Variationsorsak	df	MS	F	p<	ω^2
Lgr (A)	1	3,10	0,04		-
Begåvningsnivå (B)	2	232,78	3,28		0,03
AB	2	41,73	0,59		-
Fel	229	71,05			
Totalt	234				

Medelvärden	Lgr 62	Lgr 69	
Höggrupp	42,50	46,29	43,41
Mellangrupp	40,30	40,52	40,40
Låggrupp	39,16	38,50	38,80
	40,35	40,04	40,20

Inga signifikanta variationer eller samspel kan visas.

För åk 9, särskild kurs, gäller:

Tabell 13 Variansanalys ATTITYD MA 9 S

Variationsorsak	df	MS	F	p<	ω^2
Lgr (A)	1	189,81	2,85		0,01
Begåvningsnivå (B)	2	394,81	5,95	0,01	0,06
AB	2	175,56	2,65		0,03
Fel	185	66,33			
Totalt	190				

Medelvärden	Lgr 62	Lgr 69	
Höggrupp	47,02	44,40	45,74
Mellangrupp	42,96	42,78	42,87
Låggrupp	42,33	30,50	38,69
	44,75	43,00	43,91

För elever med särskild kurs i matematik har läroplanen ingen inverkan på attityden mot matematik. Däremot har begåvningen en sådan effekt. Lågnivå 9 S har markerat lägre attityd mot matematik enl. Lgr 69.

För samtliga elever gäller:

Alla elever som deltagit i undersökningen har svarat på samma attitydtest och en analys av samtliga resultat har kunnat utföras.

Tabell 14 Variansanalys ATTITYD MA totalt

Variationsorsak	df	MS	F	p<	ω^2
Lgr (A)	1	294,58	3,70		0,00
Årskurser (B)	2	12943,24	162,89	0,01	0,21
AB	2	520,51	6,55	0,01	0,01
Fel	1252	79,46			
Totalt	1257				

Medelvärden	Lgr 62	Lgr 69	
Åk 3	52,20	53,62	52,95
Åk 6	46,88	43,82	45,26
Åk 9	42,28	41,39	41,86
	46,75	46,15	46,44

Totalt sett finns inga skillnader i attityder mot matematik beroende på vilken läroplan man undervisats efter.

Årskurstillhörighet påverkar attityden signifikant. Åk 3 är mest positiv och åk 9 minst positiv mot ämnet matematik. Ett signifikant samspel kan visas, men ω^2 är låg (0,01). Åk 3 är mest positiv mot nya matematiken medan åk 6 och åk 9 är mest positiv mot den gamla.

6. DISKUSSION

Varför blev effekten av undervisningen i matematik enl. Lgr 69 positiv för åk 3 i alla undersökningsvariabler, positiv för åk 6 beträffande taluppfattning men negativ gällande matematikkunskaper och attityder, positiv för åk 9 allmän kurs rörande taluppfattningen men negativ angående matematikkunskaper, neutral för åk 9 särskild kurs, sedd i relation till effekten av undervisning enl. Lgr 62?

I åk 3 hade eleverna inte någon tidigare matematikmetodisk belastning och trivdes med Lgr 69. Lågstadielärarna var i större utsträckning än andra kategorier av lärare förberedda för Lgr 69. De hade under en följd av år ägnat sig åt en intensiv metod- och materialdebatt (Bergfeldt, 1973). Läromedlen för lågstadiet hade tidigare varit föremål för en grundig omstrukturering.

I åk 6 var matematikkunskaperna sämre med Lgr 69 medan taluppfattningsförmågan var bättre. Detta kan kanske bero på att sexorna mitt under utbildningen tvingats överge bekanta räknevanor och blivit osäkra då de skulle utföra matematiska operationer. Det skulle vara intressant med en uppföljningsundersökning vt 76, då vi fått fram sexor som hela tiden haft Lgr 69.

Den nya metodiken med ökat krav på förståelse har gett utslag i en bättre taluppfattningsförmåga. Läromedel för mellanstadiet, anpassade till Lgr 69 hade inte på samma sätt som läromedlen för lågstadiet varit utsatta för en intensiv debatt och granskning, och man kan förmoda att de påverkat kunskapsresultaten.

I åk 9 ger vår undersökning en nyanserad bild av matematikkunskaperna. Elever med särskild kurs lyckas bra med nya matematiken, men för allmän kurs noteras ett sämre resultat än med gamla matematiken. Här måste konstateras, att de s. k. Tp-eleverna (Teknisk-praktisk linje) inte är korrekt representerade i undersökningen. De utgjorde ca 10% av eleverna i åk 9 år 1972. Vi har endast 4% av dem med. Dessa elever presterar sämst i matematik, och vårt resultat för Lgr 62 är rimligtvis bättre än det borde vara. År 1973 finns ej Tp-klasser, utan samtliga elever ingår i vår undersökning. Taluppfattningen blir bättre med Lgr 69 för både hög- och mellangrupp oberoende om de haft allmän eller särskild kurs, medan låggruppen uppvisar en säkrare taluppfattning med Lgr 62. Svårigheten med ny terminologi och nya moment har alltså haft störst effekt på låggruppens resultat.

I oktober 1971 beslöt LUG-gruppen (Läroplansutveckling inom grundskolan) i matematik att undersöka elevernas räknefärdighet inom grundskolan. Denna undersökning rapporterar förbättrade matematikfärdigheter för lågstadiet och försämrade för mellan- och högstadiet (Eliasson, 1973). Signifikanta skillnader mellan läroplanseffekter har inte beräknats. Slutresultaten redovisas i form av genomsnittliga lösningsfrekvenser i %. Resultaten i vår undersökning stöder Eliassons erfarenheter för åk 3 och i viss mån även för åk 6. Lgr 69 har för elever i åk 3 medfört bättre matematikkunskaper, lika god taluppfattning som för tidigare årgångar och lika positiva attityder mot ämnet.

För åk 6 har Lgr 69 enl. båda undersökningarna medfört sämre kunskaper i matematik. Vår undersökning kan dessutom för åk 6 visa en positiv effekt av Lgr 69: eleverna har bättre taluppfattningsförmåga. Vår undersökning ger en mera positiv bild av matematikkunskaperna i åk 9 än Eliassons. Vi kan visa att elever i särskild kurs lyckas bra med nya matematiken, medan Eliassons visar att elever i både allmän och särskild kurs fått sämre matematikkunskaper.

Vid införandet av nytt stoff och nya arbetsmetoder under en pågående utbildning kan man i initialskedet räkna med en nedgång på färdighetssidan. En sådan utveckling redovisas även från New Hampshire (Austin & Prevost, 1972). Då man där införde nytt matematikstoff i kurserna minskade matematikunskaperna på färdighetssidan samtidigt som den matematiska förståelsen ökade så att den blev bättre än före kursplanväxlingen.

Slutsatser

Ytterst är det läromedlen och undervisningen, ett operationellt uttryck för läroplanerna, som utvärderas i denna undersökning. Observeras bör också att det är ett snitt av innehållet i de båda läroplanerna som testas. Effekter av Lgr 69:s nya inslag har inte prövats direkt. Naturligt är att elever som undervisats enl. Lgr 69 har en större kunskapsmassa i t. ex. mängdlära och funktionslära än elever undervisade enl. Lgr 62, vilka aldrig undervisats i dessa moment.

Matematikundervisningen i vårt alltmer tekniska samhälle måste ge elever med både snabb taluppfattningsförmåga och god matematisk färdighet. Man har lyckats med avsikten att genom Lgr 69 ge elever en bättre taluppfattning. I den nya kursutformningen ägnar man sig mer åt begrepps-bildning och systematik.

Man har med Lgr 69 inte lyckats lika bra på kunskapssidan för åk 6 och åk 9, allmän kurs. Här önskar man inför en revision av supplement Lgr 69 II Ma en skrivning som medför:

- att läromedlen i enlighet med läroplanens intentioner skärper den formella behandlingen av matematiska problem.
Samtidigt som vi påvisat sämre kunskapsresultat för årskurs 6 och 9 (allmän kurs), har vi nämligen i provhäftena noterat att elevernas fel i 90% av fallen uppstått på grund av felaktiga och ofullständiga uppställningar. I de nya läromedlen märks en förbättring beträffande terminologin, men enligt min erfarenhet skulle typografin behöva ändras. Typexempel i division och multiplikation borde presenteras i rutsystem - samma utförande som i elevernas övningshäften.
- att eleven i varje moment tvingas utföra flera övningsexempel. Nu tillåtes eleven alltför ofta avbryta övningen efter tre - tio korrekta övningsuppgifter.
I kunskapsproven för åk 6 ingick uppgiften $\frac{13,65}{4,2}$. Av elever undervisade enl. Lgr 62 lyckades 74% lösa uppgiften korrekt, medan endast 53% av elever som undervisats enl. Lgr 69 klarade uppgiften.

Dessa elever visade osäkerhet vid placering av decimalkommat.-
raderingar förekom talrikt. Det föreföll som om de fått otillräcklig
träning. Denna brist på träning orsakas alltså inte av brist på
övningsuppgifter i de nya läromedlen. Men metoden att avbryta en
färdighetsträning för tidigt torde orsaka misslyckandet. Kanske är
denna metodik en lärobokförfattarnas reaktion mot den gammaldags
"drillen", som mändes i inledningen. I flera provhäften kunde vi
notera att misslyckandet berodde på bristande kunskaper i multipli-
kationstabellen.

- att tekniken förbättras; dvs att eleverna ges tillfälle till eget initiativ
- med nuvarande läromedel får de i alltför stor utsträckning fylla i
siffror och symboler.

7. SAMMANFATTNING

Projektets syfte och uppläggning

Matematikens tillväxt och en ny syn på matematikens möjligheter som
tekniskt instrument har gett nya förutsättningar för skolmatematikens
innehåll. Mängdteorin, sannolikhetsteorin och strukturbegreppets infly-
tande har varit av så grundläggande natur, att de lett till en ny och vidgad
förståelse av matematiken.

Det är då naturligt att det mest grundläggande, det som kan behandlas
i grundskolans kursplan påverkas. Nytt stoff har införts:
grundläggande operationer på mängder behandlas
andra talsystem än tiosystemet presenteras
matematiska påståenden eller utsagor tränas
strukturer och deduktiva resonemang prioriteras etc.

Projektets huvudsyfte har varit att studera effekten av införandet av ny
läroplan i matematikundervisningen med avseende på

1. talbegreppets utveckling
2. kunskaper i matematik
3. attityder mot matematik
4. begåvningsens betydelse för ovanstående tre variabler

Två elevgrupper, vilka undervisats enligt Lgr 69 respektive Lgr 62 har
testats med testbatterier som mäter precision i taluppfattningen, kunskaper
i matematik, attityder mot matematik och begåvning. Försökspersoner är
200 elever ur resp åk 3, 6 och 9, representerande elever som undervisats
enl. 1962 års läroplan och lika många representerande 1969 års läroplan.

Resultat

Statistisk analys har skett med 2 x 3-faktoriell variansanalys.

1. Analysen av taluppfattningsförmågan visar att elever i åk 6 som undervisats enligt Lgr 69 når signifikant bättre resultat än de som läst den gamla matematiken. För elever i åk 3 och åk 9 kan i denna analys inga signifikanta variationer påvisas mellan de två läroplanernas påverkan på taluppfattningsförmågan. Begåvningsvariabeln ger ett signifikant variansbidrag för samtliga årskurser. Höggruppen når bäst resultat på taluppfattningstesten och låggruppen sämst. Ett signifikant samspel noteras för åk 9. Interaktionen innebär att medan hög- och mellangrupp uppvisar bäst resultat enligt Lgr 69 är låggruppen bäst enligt Lgr 62.
2. Analysen av kunskaper i matematik enligt vår undersökning, visar att elever i åk 3 som undervisats enligt Lgr 69 - med den s. k. nya matematiken - lyckas lika bra som de treor som undervisats enligt Lgr 62 - med den s. k. gamla matematiken. Resultaten för åk 6 anger att elever som undervisats med den s. k. gamla matematiken når bättre resultat. I åk 9 har eleverna antingen haft allmän kurs eller särskild kurs i matematik, varför två skilda prov och analyser gjorts. Elever med allmän kurs i matematik lyckas bäst med den gamla matematiken. För elever med särskild kurs kan man inte påvisa några skillnader i matematikprestationer med anledning av att de undervisats med olika läroplaner. För samtliga årskurser gäller att höggruppen har bäst matematik-kunskaper och låggruppen sämst. Inga signifikanta samspel förekommer.
3. Attityder mot matematik har prövats med samma instrument för samtliga årskurser. Totalt sett finns inga skillnader i attityder mot matematik beroende på vilken läroplan man undervisats efter. För olika begåvningsnivåer finns en attitydmässig variation. Högst begåvade elever tycker bäst om matematik. Ett signifikant samspel visar att höggruppen är mest positiv mot nya matematiken, medan mellan- och låggrupperna är mest positiva mot den gamla. Eleverna i åk 3 är mer positiva till matematik än eleverna i åk 6, vilka i sin tur är mer positiva till matematik än de i åk 9.

8. REFERENSER

- Austin, G.R. & Prevost, F. The result of a longitudinal study in mathematics in New Hampshire. Math. Teach., 1972, 65, 746-747.
- Basfärdigheter i matematik. SÖ:s handledningar. Stockholm, 1973.
- Begle, E.G. (Ed.) Mathematics education. 69th Yearbook NSSE, Part I. Chicago: University of Chicago Press, 1970.
- Bergfeldt, S.E. Ökar laborativt material matematikfärdigheten på låg- och mellanstadierna? Linköping: Lärarhögskolan, 1972 (Stencil.)
- Bloom, B.S. (Red.) Taxonomy of educational objectives. Handbook I: Cognitive domain. New York: David McKay, 1956.
- Bourbaki, N. Elément d'histoire des mathématiques. I: Histoire de la pensée IV. Paris: Hermann, 1960.
- Boyer, C.B. The history of the calculus and its conceptual development. New York: Dover Publications, 1959.
- Brown, E.E. & Abel, I.L. Research in the teaching of elementary school mathematics. Arithmetic Teacher, 1965, 12, 547-549.
- Cattell, R.B. & Cattell, A.K.S. Culture Fair Intelligence Test Scale 2. Champaign, Ill.: Institute for Personality and Ability Testing, 1965.
- Cohen, J. Statistical power analysis for the behavioral sciences. New York: Academic Press, 1969.
- Dahllöf, U. Kursplaneundersökningar i matematik och modersmålet. (SOU 1960:15) Stockholm, 1960.
- Dahllöf, U. Kraven på gymnasiet. (SOU 1963:22.) Stockholm, 1963.
- Dienes, Z.P. Modern mathematics for young children. Paris: Hermann, 1965.
- Dixon, W.J. (Ed.) BMD Biomedical computer programs. Berkeley: University of California Press, 1968.
- Eliasson, L. Undersökning av elevernas räknefärdighet inom grundskolan. Falun: Länsskolnämnden i Kopparbergs län, 1973. (Stencil.)
- Goals for school mathematics. The Report of the Cambridge Conference on School Mathematics. Boston: Houghton Mifflin, 1963.
- Hall, T. Matematikens utveckling. Lund: Gleerups, 1970.
- Harmonisering av matematikundervisningen i åk 1-6 i de nordiska länderna. Nordisk utredningsserie 2/71.
- Hays, W.L. Statistics for psychologists. New York: Holt, Rinehart & Winston, 1963.
- Holmberg, I. Maskinundervisning kombinerad med lärarledd smågruppsundervisning, jämfört med konventionell undervisning (Effektundersökning i matematik på högstadiet). Pedagogisk-psykologiska problem (Lärarhögskolan i Malmö), Nr 30, 1965.
- Husén, T. (Ed.) International study of achievement in mathematics. Vol. I-II. Stockholm: Almqvist & Wiksell, 1967.
- Håstad, M., Svensson, L. & Öreberg, C. Matematik NU för lärare på låg- och mellanstadiet. Deltaprojektet, Hermods, 1967.
- Håstad, M., Svensson, L. & Öreberg, C. Matematik NU för lärare på högstadiet. Deltaprojektet, Hermods, 1967.

- Jansson, S. Matematikkursens omfång vid individualiserad undervisning. Skola och samhälle, 1964, 45, 6-10.
- Larsson, I. Individualized mathematics teaching. Lund: Gleerups, 1973.
- Lee, J.M. & Lee, D.M. The child and his curriculum. New York: 1950.
- Lord, F.M. & Nowick, M.R. Statistical theories of mental test scores. Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1968.
- Lovell, K. The growth of basic mathematical and scientific concepts in children. London: University of London Press, 1971.
- Läroplan för grundskolan. Stockholm: Skolöverstyrelsen, 1962. (Lgr 62).
- Läroplan för grundskolan. Stockholm: Utbildningsförlaget, 1969. (Lgr 69).
- Läroplansöversyn grundskolan. Stockholm: Skolöverstyrelsen, 1967.
- Magne, O. Matematiksvårigheter. (Pedagogiska skrifter, 253.) Stockholm: Sveriges Lärarförbund, 1973 a.
- Magne, O. Den nya matematiken - varför är det så svårt? Och hur kan basfärdigheterna förbättras? Särtrycksserien, (Malmö: Lärarhögskolan), Nr 136, 1973 b.
- Mårdberg, B. Dimensionsanalys för beteendevetare. Stockholm: Personaladministrativa rådet, 1969.
- Nordisk skolmatematik. Nordiska utredningar, 1967:9, Stockholm, 1967.
- OECD, New thinking in school mathematics. Paris: OECD, 1961.
- Piaget, J. The child's conception of number. London: Routledge and Kegan Paul, 1969.
- Stern, C. Children discover arithmetic. London: Harrap, 1953.
- Struik, D.J. A concise history of mathematics. London: Bells and sons, 1959.
- Vanås, E. Räknefärdigheten i klass 1⁵ i några städer. Aktuellt från Skolöverstyrelsen, 1953, 6, 311-318.
- Werdelin, I. Sammanställning av resultat av forskning rörande matematikundervisningen. Linköping: Lärarhögskolan. 1973
- Winer, B.J. Statistical principles in experimental design. New York: Mc Graw-Hill, 1962.
- Wohlwill, J.F. A study of the development of the number of concept by scalogram analysis. J. genet. Psychol., 1960, 97, 345-377.
- Wohlwill, J.F. & Lowe, R.C. Experimental analysis of the development of the concept of number. Child Development, 1962, 33, 153-167.
- Västgötaundersökningen: Andersson, L.E., Norvén, L.-G. & Andreasson, B. Undersökning av kunskaper i numerisk räkning i åk 7. Göteborg: Lärarhögskolan, 1972 (Stencil.).

9. BILAGOR

Bilaga	1	Allmänna anvisningar till lärarna som medarbetar i projektet
"	2	Anvisningar till MA 3
"	3	Anvisningar till MA 6
"	4	Anvisningar till MA 9
"	5	MA 3
"	6	MA 6
"	7	MA 9 A
"	8	MA 9 S
"	9	TAL 3
"	10	TAL 6
"	11	TAL 9
"	12	ATTITYD MA
"	13	Målanalys i matematik, GRUNDSKOLAN

Holmberg 72

Till lärarna som medarbetar i projektet "Mängdlära"

Den del av projektet som utföres vt 72 avser att ligga till grund för vissa jämförelser mellan effekten av undervisning i matematik enligt Lgr 62 och Lgr 69. Projektets huvudsyfte är att studera effekten av införandet av bl a mängdlära i matematikundervisningen med avseende på

1. talbegreppets utveckling
2. prestationer i matematik enligt läroplanens moment
3. attityder mot matematik
4. begåvningsens betydelse för ovanstående tre variabler

Elevgrupper ur åk 3, 6 och 9 undervisade enl Lgr 69 resp Lgr 62 testas vt 72 resp 73. Resultaten variansanalyseras.

Testningen utföres i vecka 16 vt 72.

Åk 9 Arbetspass I 80 min

MA 9 S resp MA 9 A (se särskild anvisning)

Arbetspass 2 80 min (kan delas i 2 pass om 40 min vardera)

- I Tal 9 (lika för allm. och särskild kurs)
Materialet delas ut. Inga andra hjälpmedel än penna och gummi får användas. Eleverna instrueras att "hoppa över" de uppgifter som de anser för svåra.
Max tid: 30 min
- II Cattell 3 A intelligenstest ca 30 min (se särskild anvisning)
- III Attityd MA ca 10 min
Bladet delas ut och eleverna får anvisning att kryssa för lämpliga svar.

Åk 6 Arbetspass I 60 min

MA 6 (se särskild anvisning)

Arbetspass 2 40 min

- TAL 6
Materialet delas ut. Eleverna instrueras att "hoppa över" de uppgifter som de anser för svåra.
Max tid: 30 min

Arbetspass 3 40 min

- I Cattell 2 A intelligenstest ca 30 min (se särskild anvisning)
- II Attityd MA ca 10 min
Bladet delas ut och eleverna får anvisning att kryssa för lämpliga svar.

Åk 3 Arbetspass 1 40 min

MA 3 (se särskild anvisning) 40 min

Arbetspass 2 40 min

TAL 3

Materialet delas ut. Eleverna instrueras att "hoppa över"
de uppgifter som de anser för svåra.

Max tid: 30 min

Arbetspass 3

I Cattell 2 A intelligenstest ca 30 min (se särskild anvisning)

II Attityd MA ca 10 min

Bladet delas ut. Läraren läser alternativen.

Eleverna prickar i lämpligt ruta.

Lycka till som provledare

Ingrid

Holmberg - 72

MA 3

40-minuterspass

TILL LÄRAREN

Huvudräkning

6 min.

Sida 1, uppgift 1 - 8 1 1/2 min.

" 2, " 9 - 16 2 min.

" 3, " 17 - 22 2 min.

Läraren tar tid med tidtagaren.

Eleven vänder blad på lärarens tillsägelse.

Välj rätt räknesätt

ca

6 min.

Läraren läser med eleverna
uppgift 23 - 25

Eleverna markerar med kryss

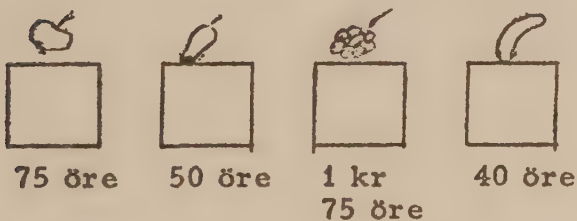
Ej tidsbegränsad - ca 6 min.

Överslagsräkning

ca

6 min.

Rita upp på tavlan fyra rutor:

Säg till eleverna

Nu ska vi gå och handla i ett varuhus.

Vi har 2 kr. Vi ska köpa tre saker.

Vad kan vi köpa (elevsvar)

Sätt kryss i dom rutorna!

Fortsätt att arbeta med uppgifterna.

Ni ska sätta tre kryss i varje uppgift.

(Visa å rutorna - en ruta i varje uppgift ska alltså vara tom.)

Färdighet

ca 6 min.

Eleven fortsätter med dessa uppgifter direkt efter överslagsräkning och räknar i egen takt - ca 6 min.

Provräkning

ca 10 min.

Eleven fortsätter med dessa uppgifter direkt efter "Färdighet" och räknar i egen takt - ca 10 min.

34 min.

Efter 40 min. måste samtliga elever lämna in sina häften.

Häftena MA3 + blyerts + radergummi ska ligga på bänken då lektionen börjar.

TACK FÖR HJÄLPEN!

Ingrid

Holmberg - 72

MA 6TILL LÄRAREN

MA 6 är ett kunskapsprov för åk 6. Arbetspass: 40 min.

Uppgifterna 1 - 18 är huvudräkning.

Eleverna läser själva uppgifterna och skriver svaren direkt i häftena.

Läraren tar tid med tidtagare och kontrollerar att eleverna ej vänder blad i häftena förrän vid tillsägelse.

Uppgifterna	1 - 6, blad 1	1 1/2 min.
"	7 - 12, " 2	2 min.
"	13 - 18, " 3	2 min.

Uppgifterna 19 - 35 är en provräkning som får ta 30 min.

Då lektionen startar ska elevhäften, MA 6, penna, gummi och linjal finnas på bänkarna. Elevhäftena delas ut med baksidan upp.

Holmberg -72

MA 9TILL LÄRAREN

Ma 9 är ett kunskapsprov för åk 9.

Arbetspass 80 min.

Uppgifterna 1 - 18 är huvudräkning.

Eleverna läser själva uppgifterna och skriver svaren direkt i häftena.

Läraren tar tid med tidtagare och kontrollerar att eleverna ej vänder blad förrän vid tillsägelse.

Uppgifterna	1 - 6, blad 1	1 min.	
- " -	7 - 12, blad 2	2 min.	
- " -	13 - 18, blad 3	2 min.	9S
- " -	" " " "	3 min.	9A

Uppgifterna 19-20 utföres med RÄKNESTICKA. Läraren tar tid
- 4 min. - och kontrollerar att eleverna verkligen använder räkne-
stickan.

Uppgifterna 21 - 35 är en provräkning som får ta 60 min.

Hjälpmedel för eleven: Penna, gummi, linjal, räknesticka, gradskiva
(9A), tabeller (9S).

TACK FÖR HJÄLPEN!

Ingrid

MA 3

Huvudräkning

Vilket tal ska stå i rutan?
 Räkna Rätt och Fort.
 När Fröken säger "Stopp" ska du
 genast lägga pennan.

1. $13 - 5 =$
2. $63 - 5 =$
3. $23 - 5 =$
4. $83 - 5 =$
5. $36 + 17 =$
6. $6 + 47 =$
7. $56 + 27 =$
8. $26 + 7 =$

1 ½ minut

Vänd ej.

MA 3

9. $3 \cdot 4 =$
10. $6 \cdot 0 =$
11. $9 \cdot 6 =$
12. $8 \cdot 4 =$
13. $\cdot 4 = 20$
14. $\cdot$ $= 49$
15. $9 \cdot$ $= 72$
16. $: 7 = 42$

2 minuter

Vänd ej.

MA 3

Välj rätt räknesätt
Du ska bara tala om vilket räknesätt du ska använda. Du kan välja mellan:

- 1. Addition
- 2. Subtraktion
- 3. Multiplikation
- 4. Division

Sätt kryss i rätt ruta:

MA 3

17. $\frac{24}{\square} = 6$ 18. $\frac{\square}{3} = 9$

19. $\frac{56}{\square} = 7$ 20. $\frac{0}{12} = \square$

21. $\frac{\square}{\square} = 6$ 22. $\frac{\square}{\square} = 7$

2 minuter

Vänd ej!

23. Elsa väger 36 kg. Sven väger 5 kg mer än Elsa. Hur mycket väger Sven?

- Sätt kryss:
- ☐ Addition
 - ☐ Subtraktion
 - ☐ Multiplikation
 - ☐ Division

24. Svensson sålde julgranar för 6 kr st. Hur många granar har han sålt, när han fått 72 kr?

- Sätt kryss:
- ☐ Addition
 - ☐ Subtraktion
 - ☐ Multiplikation
 - ☐ Division

25. Med vilket tal ska 13 ökas för att man ska få 25?

- Sätt kryss:
- ☐ Addition
 - ☐ Subtraktion
 - ☐ Multiplikation
 - ☐ Division

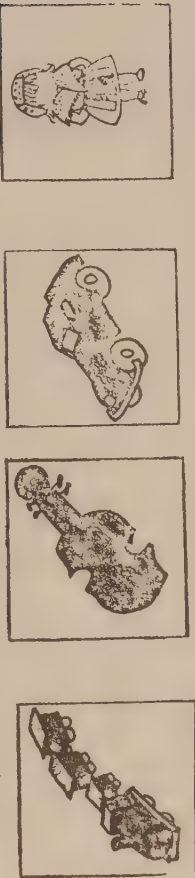
Överslagsräkning

26. Du har 5 kr. Vilka tre saker kan du köpa?



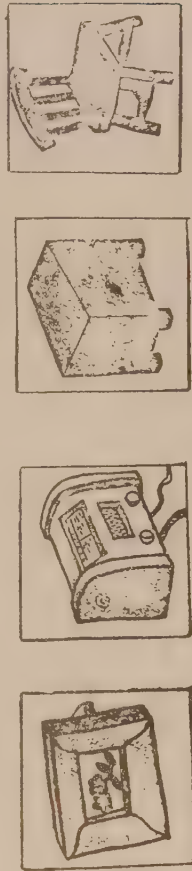
2kr 95 öre 25 öre 2 kr 2kr 70öre

27. Du har 50 kr. Vilka tre leksaker kan du köpa?



19kr 50öre 34 kr 10 kr 20 kr

28. Du har 150 kr. Vilka tre saker kan du köpa?



32 kr 106kr 50öre 49 kr 30kr 65öre

☐ ☐ ☐ ☐

Färdighet

29. 723
 + 156
 ——

30. 294
 + 243
 ——

31. 3 478
 + 6 723
 ——

32. 508
 - 135
 ——

33. 1 050
 - 947
 ——

34. 10 000
 - 7 009
 ——

MA 3

Provräkning

35. Per har läst halva sago-
boken när han är på sidan
42. Hur många sidor är det
i boken?

Svar _____

36. Mor, far och två barn gick
på bio. De betalade 7 kr
för varje biljett. Hur myc-
ket kostade alla biljetterna?

Svar _____

37. Gullans farmor är 60 år.
Hennes mor är hälften så
gammal. Gullan är 22 år
yngre än sin mor. Hur gam-
mal är Gullan?

Svar _____

MA 3

38. Lillan väger 14 kg. Hennes pappa väger 5 gånger så mycket. Hur mycket mer väger pappa?

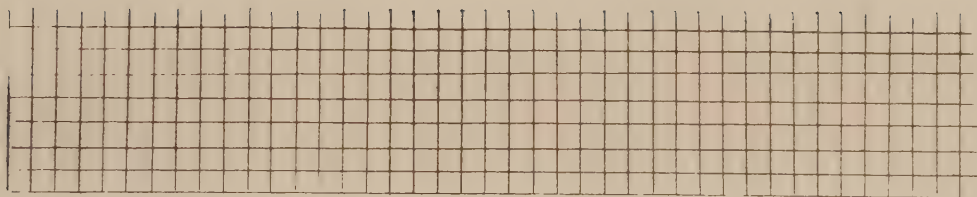
Svar _____

39. Siv köpte varor för 7 kr och 32 öre. Hon betalade med en tia. Hur mycket pengar fick hon tillbaks?

Svar _____

40. Knut har 168 frimärken. Sven har 80 frimärken mer än Knut. Hur många frimärken har de tillsammans?

Svar _____



MA 6

MA 6

Namn: _____ Klass _____

HUVUDRÄKNING

HUVUDRÄKNING

1 $24 + 25$ = _____

2 $\frac{42}{6}$ = _____

3 $7 \cdot 8$ = _____

4 $53 - 18$ = _____

5 $8 \cdot 35$ = _____

6 $\frac{123}{3}$ = _____

7 $1\frac{1}{4} + 3\frac{1}{4}$ = _____

8 $\frac{8}{3} : 4$ = _____

9 $1,32 + 0,30$ = _____

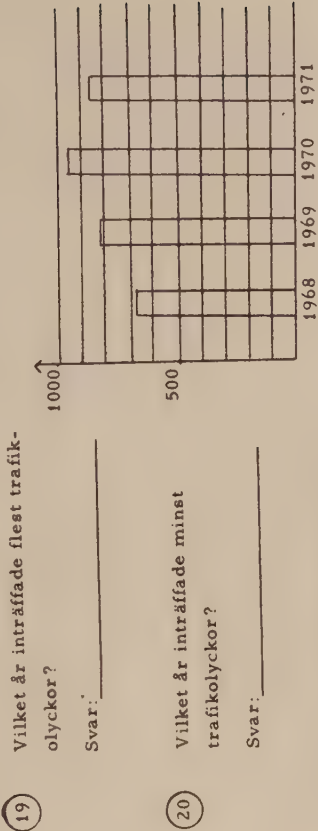
10 $4 \cdot 1\frac{2}{5}$ = _____

11 $\frac{1,2}{0,4}$ = _____

12 $0,8 \cdot 1,1$ = _____

MA 6

Följande diagram visar antalet trafikolyckor i en viss stad under olika år.



22 Lös ekvationerna:

$3x = 6$

23 $\frac{72}{x} = 12$

MA 6

HUVUDRÄKNING

13 Vilket är det största antal tior man kan få om man på sin sparbanksbok tar ut 245 kr? Svar: _____

14 Vad är 20% av 300 kr? Svar: _____

15 $0,25 + \frac{3}{4}$ = _____

16 $100 \cdot 3,26$ = _____

17 $18,7 : 100$ = _____

18 Avrunda 2,347 till en decimal Svar: _____

Vänd ej!

Fyll i följande tabell:

- 24

4 mil

=

km
- 25

3800 m

=

km
- 26

18 hg

=

kg
- 27

6 dygn

=

timmar
- 28

320 cm²

=

dm²
- 29

3 dm³

=

liter

30

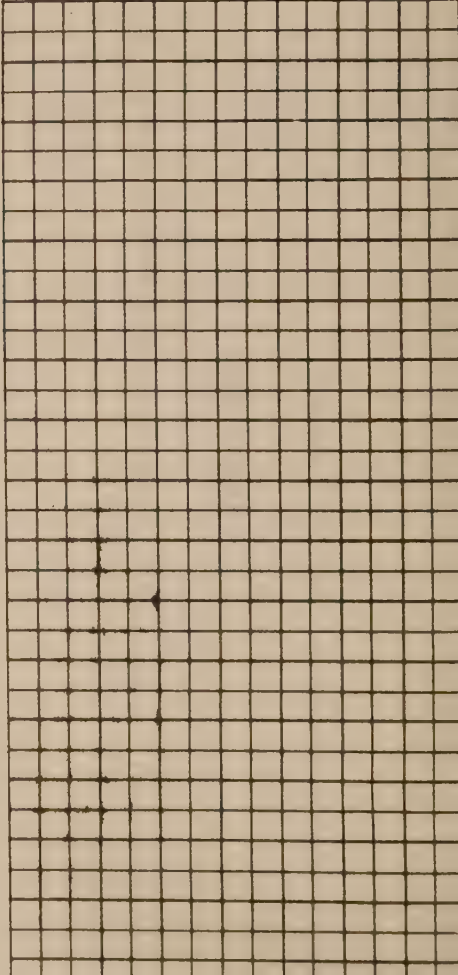
31

1,8 • 9,07

31

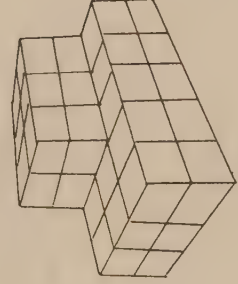
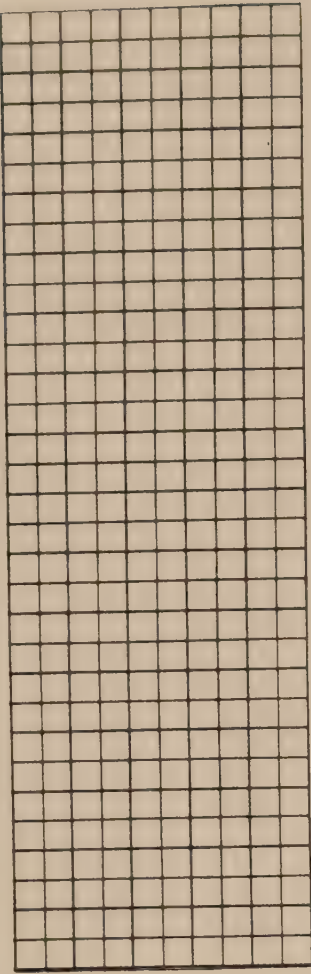
13,65

4,2



- 32

Asa kunde till sitt kalas köpa 4 hg fin choklad för 14,40 kr.
Hur många hektogram av samma choklad kunde Boel köpa till
sitt kalas för 18 kr?



33

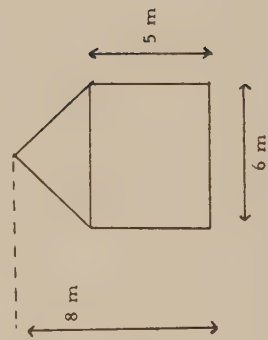
Hur många kuber kan kroppen högst innehålla?



- 34 Hur många procent utgör det skuggade
områdets area (yta) av hela områdets
area (yta)?

Svar: _____

- 35 Bilden visar en huggavel.
Beräkna gavelns area (yta).



MA 9 A

MA 9 A

Namn: _____ Klass: _____

(2 min.)

Skola: _____

HUVUDRÄKNING

(1 min.)

HUVUDRÄKNING

1 $12 \cdot 8$

= _____

2 $\frac{120}{6}$

= _____

3 $46 + 36$

= _____

4 $183 - 61$

= _____

5 $52 - 37$

= _____

6 $\frac{816}{8}$

= _____

Vänd ej!

7 $\frac{1}{7} + \frac{2}{7}$

= _____

8 $0,3 \cdot 0,5$

= _____

9 $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$

= _____

10 $1,80 - 0,02$

= _____

11 $0,30 + 3,03$

= _____

12 $\frac{2}{5} : \frac{1}{2}$

= _____

Vänd ej!

MA 9 A

(3 min.)

HUVUDRÄKNING

13 Hur mycket är 3% av 200 kr

Svar: _____

(4 min.)

MA 9 A

14 Vilket är det största antal tio-kronorssedlar man kan få av 1463 kr?

Svar: _____

Beräkna med hjälp av räknesticka:

15 I en fettlösning på 200 g finns 10 g fett.
Hur många procent av lösningen utgöres av fett?

Svar: _____

19 $18,3 \cdot 0,43 \approx$ _____

16 $\frac{3}{4}$ av flickorna i Pias klass hade kjol.
Hur många % av flickorna hade inte kjol?

Svar: _____

20 $\frac{78,5}{2,42} \approx$ _____

17 Skriv 0,6 som procent!

Svar: _____

Vänd ej!

18 Vilket av talen 0,1, 1, 10 och 100 är det bästa närmevärdet till:

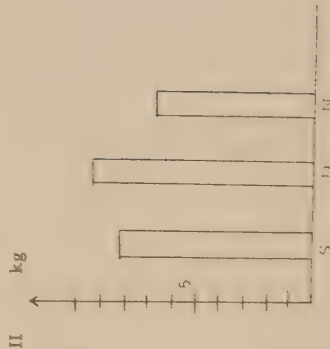
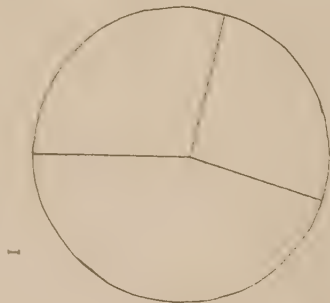
Svar: _____
 $\frac{22 \cdot 0,95}{2,06}$

Vänd ej!

MA 9 A

21

Följande två diagram illustrerar en jämförelse mellan förbrukningen av en viss vara per person och år i Sverige, Danmark och Norge. Förbrukningen i Sverige är 8,3 kg, i Danmark 9,5 kg och i Norge 6,7 kg.



Vilket diagram förefaller vara korrekt; I eller II?
Motivera svaret här.

MA 9 A

Fyll i tabellen:

22

5 km

23

18 cm

24

18 cm²

25

0,401 m³

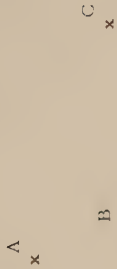
26

6 dygn

27) Lös ekvationen:

$3(x + 3) - 4(2x - 3) = 2x$

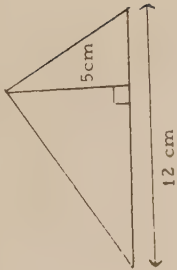
28) Rita en VINKEL som har sin spets i C och vars vinkelben går genom E och A.



Hur många grader är denna vinkel? Använd gradskiva.

Svar: _____ E x D x

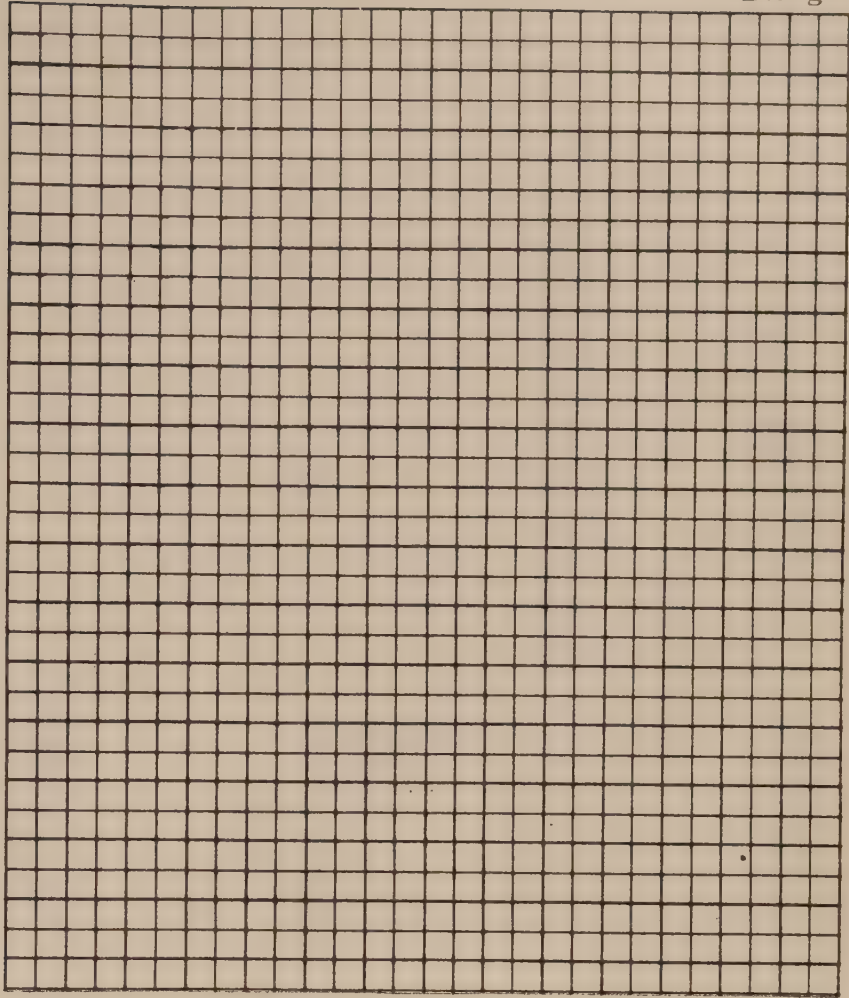
29) Hur stor är triangelns area (yta)?



30) På ett övergångsställe passerade under 20 på varandra följande "grönt ljus" följande antal personer

6	8	5	9	3	2	8	6	7	5
9	6	5	8	9	7	6	3	2	1

Bestäm medelvärde



MA 9 A

(31)

Vilket är det minsta antal dagar två man måste arbeta för att tillsammans få ihop 840 kr, om det från början i kassan finns 132 kr. Den förste kan per dag avsätta 9 kr och den andre 8 kr.

MA 9 A

(33)

En moped kosta 1320 kr kontant. Vid avbetalning ökar priset med 6%. Vad kostar den vid avbetalning?

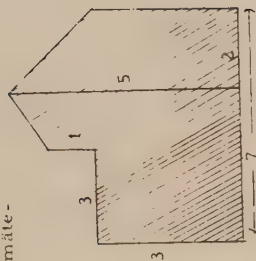
(32)

I en triangel förhåller sig vinklarna som 1:2:3. Beräkna dess vinklar.

MA 9 A

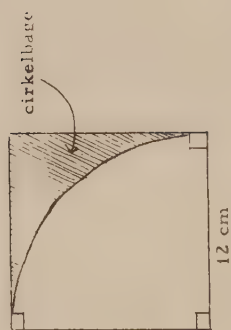
(34)

Gör en ungefärlig beräkning av arean av vidstående område. Talen anger sidornas måttal i meter.



(35)

Hur stor är arean (ytan) av det skuggade området?
Sätt $\pi \approx 3$.



MA 9 S

Namn: _____
Klass: _____
Skola: _____

HUVUDRÄKNING (1 min.)

1) $12 \cdot 8$ _____

2) $\frac{120}{6}$ _____

3) $46 + 36$ _____

4) $183 - 61$ _____

5) $52 - 37$ _____

6) $\frac{816}{6}$ _____

Vänd ej!

MA 9 S

HUVUDRÄKNING (2 min.)

7) $\frac{1}{7} + \frac{2}{7}$ _____

8) $0,3 \cdot 0,5$ _____

9) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$ _____

10) $1,80 - 0,02$ _____

11) $0,30 + 3,03$ _____

12) $\frac{2}{5} : \frac{1}{2}$ _____

Vänd ej!

MA 9 S

HUVUDRÄKNING (2 min.)

(13) $3 + 4 \cdot 2 =$ _____

(14) $6 \cdot (-3)$ _____

(15) Mellan vilka hela tal ligger närmevärdet till $\sqrt{145}$ Svar: _____

(16) Vilket av talen 0,1 ; 1 ; 10 och 100 är det bästa närmevärdet till: $\frac{22 \cdot 0,95}{2,06}$ Svar: _____

(17) Beräkna $\frac{3x^2 + x}{x}$ Svar: _____

(18) $10^8 \cdot 10^{-2} =$ _____

Vänd ej!

MA 9 S

(4 min.)

Beräkna med hjälp av räknesticka:

(19) $18,3 \cdot 0,43 \approx$ _____

(20) $\frac{78,5}{2,42} \approx$ _____

Vänd ej!

20 Lös ekvationen:

$3(x + 3) - 4(2x - 3) = 2x$

22 Fyll i tabellen:

$18 \text{ cm} = \text{_____ m}$

23 $18 \text{ cm}^2 = \text{_____ dm}^2$

24 $0,401 \text{ m}^3 = \text{_____ dm}^3$

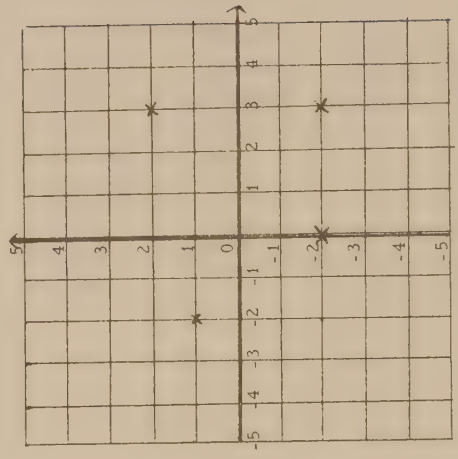
25

26

27

28

Skriv i figuren koordinaterna för de fyra inritade punkterna.



MA 9 S

MA 9 S

29) På ett övergångsställe passerade under 20 på varandra följande "grönt ljus" följande antal personer

6	8	5	9	3	2	8	6	7	5
9	6	5	8	9	7	6	3	2	1

Bestäm medelvärde

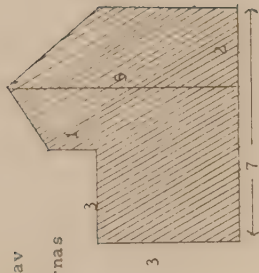
30) Vilket är det minsta antal dagar två man måste arbeta för att tillsammans få ihop 840 kr, om det från början i kassan finns i32 kr. Den förste kan per dag avsätta 9 kr och den andre 8 kr.

31) I en triangel förhåller sig vinklarna som 1 2 3. Beräkna dess vinklar.

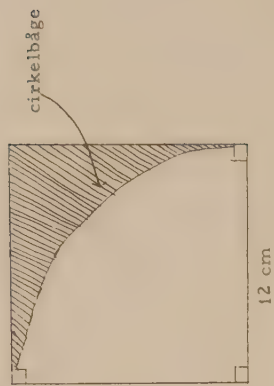
- 32) Lös grafiskt ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ y = 2x - 2 \end{cases}$$

- 33) Gör en ungefärlig beräkning av arean av vidstående område. Talen anger sidornas mått i meter.



- 34) Beräkna arean av vidstående skuggade område. Sätt $\pi \approx 3$



MA 9 S

(35)

En brandstege var 16 m lång och stod lutad mot en vägg.
Stegen nådde 14 m över marken. Beräkna den vinkel som
stegen bildar med marken.

TAL 3

1

214

+

3

=

2

+

14

=

217

3

+

=

270

4

979

+

11

=

5 Skriv ett tal som är större än 83 och mindre än 88

Svar: _____

6 Skriv ett tal som är större än 10560 och mindre än 10571

Svar: _____

7 Skriv det tal som är 35 mindre än 50

Svar: _____

TAL 3

8

Skriv det tal som är 201 större än 48

Svar: _____

9

Skriv de udda tal som ligger mellan 68 och 72

Svar: _____

10

Skriv de jämna tal som ligger mellan 1285 och 1289

Svar: _____

435 kan skrivas:
435 = 400 + 30 + 5
Skriv på samma sätt:

11 225 _____

12 5110 _____

Vilket av svaren är det rätta?
Stryk under rätt svar! Välj bland talen i ramen!

13

24

4

5

6

7

4

14

125

5

30

25

15

20

Gör uppgifter av talen nedan!

Alla tal skall användas lika många gånger som de står nedan!

Inga andra tal får ingå i uppgifterna!

Skriv en uppgift på varje rad!

Exempel 1:

1, 3, 4

$1 + 3 = 4$

Exempel 2:

6, 2, 3

$2 \cdot 3 = 6$

Tal

(15)	3	6	3
(16)	2	8	4
(17)	2	2	12 3
(18)	2	2	2 8
(19)	10	30	10 2

Talen i varje rad följer efter varandra på ett visst sätt.

Vilka två tal skall komma på linjerna?

Exempel 1:

1 2 3 4 5 6 7..

Exempel 2:

3 6 9 12 15 18 21

(20)

2 4 6 8 10

(21)

21 18 15 12 9

(22)

5 10 15 20 25

(23)

3 6 12 24 48

(24)

1 2 4 8 16

(25)

A är större än B
B är större än C
Är A större än C

Styrk under rätt svar! Ja Nej Vet ej

TAL 6

TAL 6

1 Stryk alla tal som är större än 117 men mindre än 132.

111 119 141 120 116 131 124 114 129 134

2 Skriv ett tal som är större än 368502 och mindre än 368512

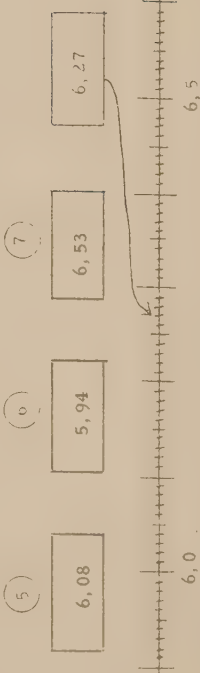
Svar:.....

3 - 4 Vilket tal är störst A eller B?

A 25291 B 9999 Svar:.....

4 2675881 2674992

5 - 7 Rita pilar från rutorna till de rätta punkterna på skalan. Vi har ritat en av pilarna.



8 Vilka av dessa tal är större än 1?

3/4 5/6 15/36 6/8 27/36

Svar:.....

9 Antag att klockan är 14.15 Om vi nu låter visarna byta plats med varandra, vad kommer klockan då att visa?

Stryk under det bästa svaret!

11.30 14.45 14.55 15.56

10 Olles tågbiljett kostar hälften så mycket som fars. De betalar 27 kr tillsammans. Vad kostar Olles biljett?

18 kr 20 kr 7 kr 13,50 kr 9 kr

11 Kalle köpte en moped på REA. Den hade kostat 1 600 kr, men Kalle behövde bara betala 4/5 av priset. Hur många % rabatt fick han?

Svar:.....

Vilket svar är bäst? Stryk under det! Välj bland talen i rannen

12 2,8 · 96,3 300 28,0 186 963

13 0,685 · 3877 230 23 2300 23000

Gör uppgifter av talen nedan!
Alla tal skall användas lika många gånger som de står nedan.
Inga andra tal får ingå i uppgifterna.
Skriv en uppgift på varje rad!

- Exempel 1:
2, 6, 3 .2.:3.=6....
- Exempel 2:
34, 5, 6, 8 .8.:5.=6.=34.....

- Siffror:
- 14 12, 3, 4
15 3, 6, 3
16 6, 5, 4, 26
17 2, 1, 2, 9, 2
18 51, 5, 26, 5
19 9, 9, 10, 9, 9

- Exempel 1:
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
- Exempel 2:
3, 6, 9, 12, 15, 18, 21
- 20 5, 10, 15, 20, 25
21 21, 18, 15, 12, 9
22 1, 2, 4, 8, 16
23 36, 28, 21, 15, 10
24 1, 4, 9, 16, 25
25 2, 5, 7, 8, 11, 13, 14

TAL 9

1 - 3

Rita pilar från rutorna till de rätta punkterna på skalan.
Vi har ritat en av pilarna.



4 - 5

Vilket tal är störst A eller B?

A	B	Svar:
25291	9999	

5

2675881 2674992

6

Vilka av dessa tal är större än 1?
Dra streck under dem!

$$\frac{3}{4} \quad \frac{5}{60} \quad \frac{56}{95} \quad \frac{15}{36} \quad \frac{6}{8} \quad \frac{27}{36}$$

7

Skriv ett tal mellan 3 och π
Svar:

TAL 9

8

Antag att klockan är 11.15
Om vi nu låter visarna byta plats med varandra, vad
kommer klockan då att visa.
Stryck under det bästa svaret!

11.30 14.45 14.55 15.56

9

Kalle köpte en moped på REA. Den hade kostat 1 600 kr, men
Kalle behövde bara betala $\frac{4}{5}$ av priset. Hur många % rabatt
fick han?

Svar:

Vilket svar är bäst?

Stryk under det! Välj bland talen i ramen!

10

0,685 + 3877 $\approx$

230	23	2300	23000
-----	----	------	-------

11

Rolf kan lyfta 10 kg mer än Per. Kalle kan lyfta 4 kg mindre
än Rolf.
Vem kan lyfta mest?

Svar:

Gör uppgifter av talen nedan! Alla tal skall användas lika många gånger som de står nedan.
Inga andra siffror får ingå i uppgifterna.

Exempel 1:

2 6 3 2 + 3 = 6
 3.....

Exempel 2:

3 4 8 29 4 + 8 - 3 = 29
 3.....

Siffror:

12	12	3	4
13	6	5	4 26
14	6	4	8 44
15	56	11	11 34
16	1	2 3	4 5 6
17	2	16 2	17 2

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Talen i varje rad följer efter varandra enligt en regel.
Vilka två tal skall komma på linjerna?

Exempel 1:

1, 2, 3, 4, 5, 6 7

Exempel 2:

3, 6, 9, 12, 15, 18 21

18	5	10	15	20	25		
19	21	18	15	12	9		
20	7	7	10	10	13		
21	2	4	5	7	8 10		
22	10	8	11	9	12 10		
23	2	5	7	8	11 13 14		
24	1	4	9	16	25		

25) Löv tjänar 250 kr mer än Ask, som tjänar 400 kr mer än Bok.
Ek tjänar 350 kr mindre än Bok men 300 kr mer än Lönn.
Vem tjänar minst?

Svar:.....

Namn: _____
 Klass: _____

ATTITYD MA

Sätt x i den ruta som passar för dig.

	Aldrig 1	Sällan 2	Ibland 3	Ofta 4	Alltid 5
1. Det är roligt med matematik.					
2. Jag tycker att matematik är trevligare än andra ämnen.					
3. Jag är orolig för matematik- timmarna.					
4. När vi har prov i matematik känner jag mig orolig och nervös.					
5. Jag tycker att matematik är in- tressant.					
6. Det är roligt att få hemuppgifter i matematik.					
7. Det är tråkigt med matematik.					
8. På matematiklektionerna tycker jag inte att vi lär oss något värde- fullt.					
9. Jag längtar efter matematiklek- tionerna.					
10. När vi har prov i matematik tycker jag det är spännande och roligt.					
11. Jag tycker att matematik är omintressant.					
12. Jag tycker att matematik är tråk- igare än andra ämnen.					
13. Det är tråkigt att få hemuppgifter i matematik.					
14. På matematiklektionerna tycker jag att vi lär oss något värdefullt.					

MÅLANALYS I MATEMATIK, GRUNDSKOLAN.

Sverige
 Årskurs 1 - 3
 1.2.1971
 Sandström

Markeringar i denna marginal gäller jämförelser med Lgr 62.

0 = delmålet ingår ej i Lgr 62

0 = understruken del ingår ej i Lgr 62.

Antalsbegreppet, naturliga tal, positionssystemet, tallinjen.

Efter årskurs 3 skall eleven kunna:

Denna ambitionsnivå speglar ej Lgr 69, i vilken fem siffror noteras; liksom i Lgr 62

Med ord ange namnet på ett godtyckligt naturligt tal med högst åtta siffror.

Med siffror skriva ett godtyckligt naturligt tal, mindre än eller lika med tio miljoner som angivits med ord.

0

Beskriva de naturliga talen som en mängd med oändligt många element.

0

Efter arbete med konkret material skriva ett tal, som är mindre än 20, med siffror i två-, tre- och femsystemet.

Ange vilken siffra som betecknar en-, tio-, hundra resp tusental i ett firsiffrigt tal.

0

Använda symbolerna $>$, $<$, $=$, $\neq$, för att ange storleksordning, likhet och olikhet mellan godtyckligt valda naturliga tal.

De fyra räknesätten med naturliga tal, inklusive huvudräkning, överslagsräkning och problemlösning

Efter årskurs 3 skall eleven kunna:

0

Utföra additioner och subtraktioner med tresiffriga tal med hjälp av algoritmer.

0

Utföra multiplikationer med algoritmer på naturliga tal. Talens storlek skall vara den som förekommer i praktiskt bruk.

Utföra divisioner av naturliga tal utan att utnyttja algoritmer.

Exemplifiera och använda de kommutativa och associativa lagarna för addition.

Exemplifiera och använda de kommutativa, distributiva och associativa lagarna för multiplikation.

Ange sambandet mellan addition och multiplikation.

Ange sambandet mellan multiplikation och division.

Memorera större delen av multiplikationstabellen med faktorer upp till 10.

Utföra huvudräkning och överslagsräkning med hjälp av de fyra räknesätten,

Med hjälp av de fyra räknesätten lösa enkla problem, med anknytning till elevernas erfarenhet och undervisningen i andra ämnen. Problemen kan t. ex. gälla antal, längd, volym, vikt, mynt och tid.

0

Mängdlära

Efter årskurs 3 skall eleven kunna:

0

Ange om ett visst element tillhör en viss mängd.

0

Ange antalet element i en mängd och i unionen av disjunkta mängder.

0

Ange skillnaden i antalet element hos två disjunkta mängder.

0

Ange om antalet element i en viss mängd är större eller mindre än antalet i en annan mängd.

0

Ange om en viss mängd är delmängd till en annan mängd.

0

Exemplifiera den tomma mängden.

0

Ange antalet element i den tomma mängden.

Använda konkret material för att åskådliggöra tiotalsövergångar vid addition och subtraktion.

0

Exemplifiera begreppen öppen och sluten utsaga.

0

Ange om en sluten utsaga är sann eller falsk.

0

Ange lösningsmängden till öppna utsagor av enkel typ.

Geometri

Efter årskurs 3 skall eleven kunna:

0

Identifiera och namnge en punkt, rät linje, sträcka, vinkel, triangel, kvadrat, rektangel och cirkel.

0

Med en centimetergraderad linjal och vinkelhake rita en sträcka med angiven längd i helt antal cm, rita en triangel, konstruera en kvadrat där sidans längd angivits med helt antal cm, konstruera en rektangel där sidornas längder angivits med helt antal cm.

Med en centimetergraderad linjal mäta sträckor och ange närmevärden för längdernas mätetal i helt antal cm.

_0

Med konkret material eller genom att rita, demonstrera innebörden av orden rak, krokig, spetsig, trubbig, plan, buktig, stor, liten, höger, vänster, upp, ned, innanför, utanför, på, ovanför och nedanför.

- 0 Identifiera och namnge en kub, ett rätblock, en cylinder, en pyramid och ett klot.
- 0 På ett rutat papper rita första kvadranten av ett rätvinkligt koordinatsystem samt ange enheterna på axlarna.
- 0 I ett rätvinkligt koordinatsystem:
 1 Rita punkter med angivna koordinater
 2 Ange koordinaterna för givna punkter, då punkterna ligger i första kvadranten
- 0 Parallellförskjuta en egenhändigt ritad sträcka kvadrat, rektangel, triangel och cirkel en angiven sträcka.
- 0 Spegla en egenhändigt ritad sträcka, kvadrat, rektangel, triangel och cirkel i en angiven linje.
- 0 Ange vad som händer med:
 1 En figurs omkrets
 2 En kvadrats eller rektangels vinklar, då figuren parallellförskjuts eller speglas i en linje.

Mätning och räkning med enheter

Efter årskurs 3 skall eleven kunna:

Mäta och ange längder i cm, dm, och m.

Med decilitermätt mäta och ange vätskemängders volymer i dl och l.

Väga och ange vikter i g, hg och kg.

Förvandla kronor till öre och ören till helt antal kronor och ören.

Ange givet antal dygn i timmar och givet antal timmar i helt antal dygn och timmar.

Ange givet antal timmar i minuter och givet antal minuter i helt antal timmar och minuter.

Ange givet antal minuter i sekunder och givet antal sekunder i helt antal minuter och sekunder.

På ett rutat papper, med hjälp av en vinkelhake derad linjal, uppdelar kvadrater och rektanglar i kvadrater med sidan 1 cm samt därefter ange figurens area i cm^2 . Det förutsättes att mätetalen för sidorna är hela tal.

Exemplifiera när respektive enhet bör användas.

Utan mätinstrument skatta storleken av längder, ytor, volymer, vikter och tiden.

Ange empiriskt uppmätta storheter i lämplig enhet med mätetalet avrundat till ett naturligt tal.

Ange olika anledningar till att utförda mätningar ej är exakta.

0

Statistik

Efter årskurs 3 skall eleven kunna:

0

Insamla och sammanställa data i tabeller.

0

Konstruera primitiva diagram.

0

Tolka enkla diagram med avseende på frekvenser
högsta och lägsta värde.

MÅLANALYS I MATEMATIK, GRUNDSKOLAN.

Sverige
 Årskurs 4 - 6
 1.2.1971
 Sandström

Markeringar i denna marginal
 gäller jämförelser med Lgr 62
 0 = delmålet ingår ej i Lgr 62
 _0 = understruken del ingår ej
 i Lgr 62

Positionssystemet. Rationella tal i bråkform
 resp decimalform. Negativa heltal. Potenser.

Efter årskurs 6 skall eleven kunna:

- | | |
|---|--|
| 0 | Skriva om ett tal som angivits i tiosystemet till motsvarande beteckning för talet i t.ex. två-, fem- och tjugosystemet. |
| 0 | På tallinjen placera såväl positiva som negativa rationella tal.

Skriva och utläsa namnen för rationella tal, skrivna i bråkform resp decimalform

Ange olika namn för ett givet rationellt tal, givet i bråk- eller decimalform.

Avgöra storleksordningen mellan två givna rationella tal, skrivna i bråk- eller decimalform. |
| 0 | Tolka potensuttryck, vars exponent är ett naturligt tal. |
| 0 | Skriva 100, 1000 och 10 000 som en potens med 10 som bas.

Korrekt avrunda tal i decimalform

Approximera tal i bråkform till tal i decimalform med angivet antal decimaler. |

De fyra räknesätten, Proportionalitet, procent-räkning, huvudräkning och överslagsräkning

Efter årskurs 6 skall eleven kunna:

- | | |
|----|--|
| _0 | Utföra divisioner av naturliga tal och tal i decimalform <u>med hjälp av algoritmer.</u> |
|----|--|

Utföra de fyra räknesätten på rationella tal skrivna i bråk- eller decimalform. x)

x) Anmärkning:

I Lgr 62 lägges större vikt vid bråkräkning. Man ger anvisningar till förlängning, förkortning och beräkningar med samtliga räknesätt.

I Lgr 69 noteras:

Addition och subtraktion med bråk bör koncentreras till bråk med enkla nämnare. Vid addition av bråk med olika nämnare bör undervisningen kraftigt differentieras i fråga om svårighetsgraden.

- 0 Beräkna proportionalitetskonstanter.
- 0 Lösa praktiska problem med hjälp av framräknade proportionaliteter.
- Definiera procentbegreppet.
- Skriva ett givet procenttal i decimalform, $67\% = 0,67$, $150\% = 1,5$.
- Lösa problem där procenttalet och det hela angivits.
- Ange 10% , 25% , 50% och 75% i bråk- och decimalform.
- Göra överslagsräkningar med hjälp av de fyra räknesätten, då talen angivits i bråk- eller decimalform.
- Lösa enkla praktiska problem med hjälp av huvudräkning.
- 0 Mängdlära
- Efter årskurs 6 skall eleven kunna:
- 0 Ange de element som tillhör snittet av två eller flera mängder.
- 0 Utläsa och använda sig av symbolerna $\{\dots\}$, $\in$, $\notin$, $\subseteq$, $\cup$, $\cap$, $\emptyset$.
- 0 Använda sig av begrepp från mängdläran för att beskriva problemställningar och lösningsmetoder i utsagor, funktionslära och geometri.
- 0 Ange lösningsmängden till öppna utsagor med två variabler då lösningsmängden är en delmängd till en given grundmängd.
- 0 Exemplifiera begreppen produktmängd, relation och funktion.
- Geometri
- Efter årskurs 6 skall eleven kunna:
- 0 Identifiera och namnge begreppen stråle, konkavt resp konvext område, polygon, halvplan, radie, diameter, sektor, segment, rymdområde, kon, kant, parallell, vinkelrät, normal, kongruent, likformig och symmetrisk.
- 0 Avbilda punkter, sträckor, trianglar, kvadrater, rektanglar, och cirkelar genomspeglning i en given punkt.
- 0 Avbilda punkter, sträckor, trianglar, kvadrater, rektanglar och cirkelar genom vridning i en angiven vinkel i en angiven punkt.
- Beräkna arean av en triangel med angiven bas och höjd, dito av en kvadrat med angiven sida, dito av en rektangel med angivna sidor, dito av en cirkel med angiven radie.
- Beräkna volymen av ett rätblock med angivna sidor.
- Utföra en likformig avbildning genom sträckning

Genom mätning bestämma förhållandet mellan mätetalen för motsvarande sidor i två likformiga figurer, som erhållits genom sträckning.

Med hjälp av gradskiva troliggöra att motsvarande vinklar i likformiga figurer är lika stora.

Definiera begreppet skala.

Ange längden av en given sträckas bild då sträckan avbildats enligt en angiven skala.

Med hjälp av vinkelhake konstruera normalen till en given rät linje i en given punkt.

Exemplifiera en kroklinje..

0 Exemplifiera en sluten kurva och en öppen kurva.

0 I given figur ange vad som är en kurvas rand resp område.

Använda gradskivan för att mäta en given vinkel resp konstruera en vinkel av angivet gradtal.

Använda passare för att konstruera en cirkel.

0 Funktionslära

Efter årskurs 6 skall eleven kunna:

0 Åskådliggöra en given relation med pildiagram.

0 Åskådliggöra en given funktion med pildiagram.

0 Rita en rätvinkligt koordinatsystem med fyra kvadranter.

0 I ett rätvinkligt koordinatsystem ange koordinaterna för en godtycklig punkt i planet.

0 I ett rätvinkligt koordinatsystem avsätta den punkt som svara mot givna koordinater.

Ekvationer och olikheter

Efter årskurs 6 skall eleven kunna:

Lösa enkla ekvationer och olikheter då lösningsmängden är en delmängd av en given grundmängd.

Uttryck 0

Räkning med enheter

Efter årskurs 6 skall eleven kunna:

Lösa problem som behandlar:

Uttryck 0

1 Längdangivelser i mm, cm, dm, m, km och mil.

2 Areaangivelser i cm^2 , dm^2 och m^2 .

3 Volymangivelser i ml, cl, dl, l, cm^3 , dm^3 och m^3 .

4 Viktangivelser i g, hg, kg och ton.

5 Tidsangivelser i s, min, h, dygn, veckor mån och år.

6 Hastighetsangivelser i m/s, km/h,

7 Kostnadsangivelser i kr/kg, öre/l

8 Densitetsangivelser i g/cm^3 , kg/dm^3 .

0

Göra överslagsräkningar som förutsätter enhetsomvandlingar.

Avgöra lämplig enhet för angiven mätning, där ovanstående enheter kan användas.

Statistik

Efter årskurs 6 skall eleven kunna:

Självständigt eller i grupp insamla data.

Göra tabeller över insamlade data. ,

Rita stapeldiagram som bygger på egenhändigt insamlade data.

Tolka tabeller och stapeldiagram med avseende på medelvärde, högsta och lägsta värde.

MÅLANALYS I MATEMATIK, GRUNDSKOLAN.

Sverige
 Årskurs 7 - 9
 1. 2. 1971
 Sandström

Markeringar i denna marginal
 gäller jämförelser med Lgr 62
 0 = delmålet ingår ej i Lgr 62
 _0 = understryken del ingår ej
 i Lgr 62

Talområden

Efter årskurs 9 skall eleven kunna:

0

- a Definiera och exemplifiera primtal.
- a Ange regler för naturliga tals delbarhet med faktorerna 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10.
- a Faktorera naturliga tal i primtalsfaktorer
- a Beräkna gemensamma nämnare för bråk med ensiffriga nämnare.
- s Beräkna gemensamma nämnare för bråk med tvåsiffriga nämnare.
- a Exemplifiera begreppet motsatt tal och inverterat tal.
- a Addera och subtrahera negativa tal.
- s Utföra de fyra räknesätten på negativa tal.
- a Ange att vissa tal på tallinjen ej kan skrivas på formen p/q , p och q är hela tal.
- a Ge några exempel på irrationella tal.
- s Definiera begreppet irrationella tal.
- s Identifiera irrationella tal.
- a Ange innebörden och utläsa beteckningen $\sqrt{a}$, $a \geq 0$.
- a Med hjälp av tabell och/eller räknesticka bestämma närmevärden för kvadratrötter ur naturliga mindre än 1000.
- s Ange räknelagarna $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \Leftrightarrow \sqrt{ab}$, $\sqrt{a}/\sqrt{b} \Leftrightarrow \sqrt{a/b}$, $\sqrt{a}/b \Leftrightarrow \sqrt{a}/\sqrt{b^2}$, $m\sqrt{a} + n\sqrt{a} \Leftrightarrow (m+n)\sqrt{a}$, $a\sqrt{b} \Leftrightarrow \sqrt{a^2b}$ då a och b är rationella tal större än 0.
- s Med hjälp av tabell och/eller räknesticka bestämma närmevärden för kvadratrötter ur positiva rationella tal.
- s Utvärdera formler som innehåller kvadratrotstecken.
- s Lösa problem som leder till ekvationer med kvadratrotsuttryck.
- a Tolka potensuttryck vars exponent är ett heltal positivt eller negativ.

- a Ange värdet av a^0 , $a \neq 0$.
- a Exemplifiera begreppet potens, bas och exponent.
- a Skriva rationella tal av typen 0,02, 0,005 på formen $a \cdot 10^{-n}$, där a och n är naturliga tal och $n \leq a \leq 9$ och vice versa.
- s Utföra multiplikationer och divisioner med tal skrivna på formen $a \cdot 10^n$ där a är ett rationellt tal och där n är ett heltal.
- De fyra räknesätten, proportionalitet, huvudräkning, överslagsräkning, räknesticka och räknemaskiner.
- Efter årskurs 9 skall eleven kunna:
- 0 a Addera och subtrahera negativa tal.
- s Multiplicera och dividera negativa tal.
- s Tillämpa räknelagarna $\overline{Va} \cdot \overline{Vb} \Rightarrow \overline{Vab}$,
 $\overline{Va}/\overline{Vb} \Rightarrow \overline{Va/b}$ $m\overline{Va} + n\overline{Va} \Rightarrow (m+n)\overline{Va}$,
 $a\overline{Vb} \Rightarrow \overline{Va^2b}$ då a och b är naturliga tal, större än 0.
- s Utvärdera formler som innehåller kvadratrotsuttryck samt potenser.
- s Lösa problem som leder till ekvationer med kvadratrotsuttryck.
- s Utföra multiplikationer och divisioner med tal skrivna på formeln $a \cdot 10^n$ då a är ett rationellt tal och n är ett heltal.
- s Utföra överslagsräkning genom tillämpning av potenslagar och räkning med potenser.
- a Ange hur många procent a är av b då a och b är rationella tal.
- a Ange det hela då delen och delen uttryckt i procent av det hela är givet.
- 0 a Namnge och peka ut de olika delarna på en räknesticka.
- 0 a Ställa in respektive läsa av godtyckliga tal på skalorna C, D, CI, A och på π -förlängda skalor, CF och DF samt S.
- 0 a Multiplicera och dividera två godtyckliga tal med hjälp av skalorna C, D, CF och DF.
- 0 s Multiplicera och dividera flera godtyckliga tal med hjälp av skalorna C, A, CF, DF, CI, CIF.
- 0 a Med hjälp av CI skalan beräkna inverterade värden av ett godtyckligt tal.
- 0 a Bestämma kvadraten och kvadratroten till godtyckliga tal med hjälp av A och D-skalorna.
- 0 s Bestämma närmevärden för sinus cosinus för vinklar i första kvadranten.

- 0 s Bestämma närmevärdet för mätetalet för en vinkel i första kvadranten då sinus eller cosinus för vinkeln är given.
- 0 a Utföra enkla proportionalitetsräkningar med hjälp av räknesticka.
- 0 a Använda räknesticka vid beräkning av uppgifter, där procenttalet, delen eller det hela efterfrågas.
- 0 a Utföra additioner och subtraktioner på såväl additionsmaskin som kalkyleringsmaskin.
- 0 a Utföra de fyra räknesätten på en kalkyleringsmaskin.
- 0 a Avgöra om en numerisk beräkning bör utföras manuellt, på räknesticka eller på räknemaskin.

0 Mängdlära

Efter årskurs 9 skall eleven kunna:

- 0 a Åskådliggöra samband mellan två givna mängder genom att rita ett mängddiagram.
- s Ange komplementet till en given mängd.
- s Ange betydelsen av symbolen $\bar{A}$.

Geometri

Efter årskurs 9 skall eleven kunna:

- a Med hjälp av vinkelhake och graderad linjal beräkna avståndet från en punkt till en rät linje samt beräkna avståndet mellan två parallella linjer.
- a Redogöra för innebörden av begreppen mittpunktsnormal och bisektris.
- a Konstruera bisektrisen för en given vinkel.
- a Konstruera mittpunktsnormalen till en given sträcka.
- a Identifiera och illustrera likbenta, liksidiga och rätvinkliga trianglar.
- a Konstruera höjden mot en godtycklig sida i en godtycklig triangel.
- a Ange vinkelsumman i en triangel.
- a Identifiera och illustrera begreppen hypotenusa, katet och median.
- s Ange sambandet mellan sidornas mätetal i en rätvinklig triangel.
- s Beräkna längden av en sida i en rätvinklig triangel då längden av triangelns övriga sidor är kända.
- a Identifiera och illustrera begreppen parallelltrapets, parallellogram, romb.
- a Ange vinkelsumman i konvexa fyrhörningar.

	a	Konstruera höjden mot en godtycklig sida i en parallellogram.
	a	Beräkna arean av en parallellogram.
	s	Beräkna arean av parallelltrapets.
	a	Identifiera och illustrera begreppen cirkel, radie, diameter, medelpunkt, tangent, tangeringspunkt, medelpunktsvinkel, cirkelsektor, korda, båginkel, cirkelsegment.
	a	Beräkna cirkelns omkrets och area.
	a	Beräkna sektorns area.
	s	Illustrera vinkeln mellan två plan och vinkeln mellan linje och plan.
	s	Redogöra för innebörden av begreppet polyeder.
	a	Beräkna volymen av rätblock, kub, pyramid, cylinder, kon, klot.
	s	Identifiera begreppen sidoyta, kant, hörn, basyta, mantelyta.
	s	Angå egenskaperna hos en kongruensavbildning relativt det avbildade föremålet.
0	a	Ge exempel på symmetri.
0	a	Exemplifiera begreppen symmetriaxel och symmetricentrum.
0	a	Angå symmetriegenskaper hos sträckor, vinklar, liksidiga och likbenta trianglar, kvadrater, rektanglar och cirklar.
0	a	Identifiera och illustrera en vektor.
0	a	Addera två i ett rutnät givna vektorer med gemensam angreppspunkt.
0	s	Addera två givna vektorer, givna i ett rutnät eller i koordinatform.
0	s	Subtrahera två vektorer, givna i rutnät eller i koordinatform.
0	a	Multiplisera en given faktor med ett givet heltal.
0	s	Bestämma en given kropps läge då den förflyttas i givna riktningar och angivna sträckor.
	a	Angå innebörden av begreppet likformighet.
	s	Angå villkor för att figurer skall anses vara likformiga.
	a	Angå skalan i en avbildning då mätetalen för sidorna i föremålet och avbildningen har angivits eller uppmätts.
Uttryck 0	a	Beräkna sidornas längder hos en <u>likformig</u> avbildning, då skalan och sidornas längder hos föremålet angivits.
Uttryck 0	s	Beräkna arean av en <u>likformig</u> avbildning då skalan och föremålets area angivits eller beräknats.

Uttryck	0	s	Beräkna volymen av <u>likformigt avbildade kroppar</u> då skalan och föremålets volym angivits eller beräknats.
	0	s	Med hjälp av räknesticka eller tabell bestämma vinklar i en rätvinklig triangel vars sidor är kända.
	0	s	Med hjälp av räknesticka eller tabell bestämma längden av övriga sidor i en rätvinklig triangel då längden av en sida och vinkeln mot denna sida är kända.
<u>Funktionslära</u>			
<u>Efter årskurs 9 skall eleven kunna:</u>			
	0	a	Redogöra för innebörden av begreppen definitions- mängd och värdemängd.
	0	s	Ange värdemängden till enkla funktioner med ändlig definitions mängd.
		a	Bestämma funktionsvärden för funktioner givna med formler då värdena på den oberoende variabeln givits.
	0	a	Tolka innebörden av symbolerna $f(x)$, $g(2)$ och $h(a)$.
		s	Utläsa innebörden av enkla formler.
	-0	a	Grafiskt, åskådliggöra funktioner av typen $y=kx+1$ $y=x^2$ $y=\frac{1}{x}$
Uttryck	0	a	Använda <u>bilden av en funktion</u> för att bestämma ett närmevärde på funktionsvärdet för ett givet värde på den oberoende variabeln och vice versa.
	0	s	Avgöra om ett givet samband är en proportiona- litet.
	0	a	Grafiskt lösa linjära ekvationssystem.
		a	Utvärdera givna formler.
		s	Addera, subtrahera och multiplicera polynom.
		s	Ange och använd kvadreringsreglerna och kon- jugatregeln.
		s	Fakturera polynom genom utbrytning och koef- ficienter samt utnyttjande av kvadreringsrelger och konjugatregeln.
Uttryck	0	s	Utföra enkla räkningar med <u>brutna rationella</u> uttryck.
	0	s	Definiera sinus och cosinus för en vinkel i en enhetscirkel.
	0	s	Med hjälp av enhetscirkel bestämma tecknen för sinus och cosinus för en vinkel i första eller andra kvadranten.
	0	s	Identifiera och exemplifiera begreppen symmet- risk reflexiv och transitiv relation.

Evationer och olikheter

Efter årskurs 9 skall eleven kunna:

- | | |
|---|--|
| a | Lösa ekvationer och olikheter av första graden där endast det ena ledet innehåller en obekant storhet. |
| s | Lösa ekvationer och olikheter av första graden. |
| s | Lösa ekvationssystem av första graden med två obekanta. |
| s | Lösa ekvationer av andra graden genom kvadratkomplettering. |
| s | Lösa problem med praktisk anknytning som leder till ekvationer av högst andra graden. |
| s | Lösa problem med praktisk anknytning som leder till linjära ekvationssystem med två obekanta. |

Statistik och sannolikhetslära

Efter årskurs 9 skall eleven kunna:

- | | | |
|---|---|--|
| | a | Tolka ett givet eller erhållet statistiskt material grafiskt med hjälp av histogram, cirkeldiagram eller andra areadiagram. |
| 0 | a | Beräkna medelvärde och samt bestämma medianen till ett givet eller erhållet statistiskt material. |
| 0 | a | Angi vilka egenskaper hos ett statistiskt material som avgör vilket av lägesmått medelvärde och median som säger mest om materialet. |
| 0 | s | Avgör vilket av lägesmått medelvärde och median som bäst återger ett visst statistiskt materials egenskaper. |
| 0 | a | Angi frekvens och relativ frekvens för en viss händelse i ett visst statistiskt material. |
| 0 | a | Angi sambandet relativ frekvens-sannolikhet vid långa försöksserier. |
| 0 | s | Definiera begreppen utfall och utfallsrum. |
| 0 | s | Grafiskt återge högst tvådimensionella utfallsrum. |
| 0 | s | Bestäm sannolikheten för en viss händelse då utfall och utfallsrum presenteras eller kan beräknas. |
| 0 | s | Beräkna standarddeviation och variationsbredd i ett överblickbart statistiskt material. |
| | a | Angi exempel på hur man kan "ljugas" med statistik. |

0 ADB och datorer

Efter årskurs 9 skall eleven kunna:

- | | | |
|---|---|--|
| 0 | a | Ange exempel på några användningar av ADB och datorer. |
| 0 | s | Motivera användningen av tal skrivna i två-system vid programmering. |
| 0 | s | Rita ett enkelt flödesdiagram med få boxar och återkopplingar. |

Abstract card

Holmberg, I. Effekter av ny läroplan i matematik (Lgr 69) på vissa aspekter av talbegreppets utveckling, kunskaper i matematik och attityder mot ämnet. / Effects of a new curriculum of mathematics (Lgr 69) on certain mathematical concepts, and on certain achievement and attitude variables. / Pedagogisk-psykologiska problem (Malmö, Sweden: School of Education), Nr 236, 1974.

In 1969 a new curriculum appeared in Swedish schools. A modern mathematics program was introduced from grade one to grade nine. This study aims at investigation the differences, if any, in performance in mathematics, conception of number and attitudes toward mathematics between classes with the old curriculum in mathematics and classes with the new one (n=1200; 400 pupils from grade 3, 6 and 9). The results for the pupils has been subjected to analysis of variance. / In Swedish. /

Indexed:

1. Teaching mathematics
2. Conception of number
3. Knowledge of mathematics
4. Attitudes toward mathematics

Reference card

Holmberg, I. Effekter av ny läroplan i matematik (Lgr 69) på vissa aspekter av talbegreppets utveckling, kunskaper i matematik och attityder mot ämnet. / Effects of a new curriculum of mathematics (Lgr 69) on certain mathematical concepts, and on certain achievement and attitude variables. / Pedagogisk-psykologiska problem (Malmö, Sweden: School of Education, Nr 236, 1974.

